

**ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ ΔΥΤΙΚΗΣ ΕΛΛΑΔΟΣ**

**ΣΧΟΛΗ ΔΟΙΚΗΣΗΣ ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΑΣ**

**ΤΜΗΜΑ ΛΟΓΙΣΤΙΚΗΣ**

**ΠΤΥΧΙΑΚΗ ΕΡΓΑΣΙΑ**

**ΠΟΛΛΑΠΛΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ  
ΚΑΙ ΟΙΚΟΝΟΜΙΚΕΣ ΕΦΑΡΜΟΓΕΣ**

**ΕΚΠΟΝΗΣΗ :**

**ΜΠΑΡΔΑΚΗ ΘΕΟΔΩΡΑ**

**ΛΑΚΟΥΜΕΝΤΑ ΙΩΑΝΝΑ**

**ΕΠΟΠΤΕΥΩΝ ΚΑΘΗΓΗΤΗΣ**

**ΦΩΤΕΙΝΟΠΟΥΛΟΣ ΜΙΧΑΗΛ**

**ΠΑΤΡΑ - 2016**

## ΠΡΟΛΟΓΟΣ

Η παρούσα πτυχιακή εργασία έχει τίτλο «Πολλαπλή παλινδρόμηση και οικονομικές εφαρμογές», η εκπόνηση της οποίας έγινε από τις σπουδάστριες Λακουμέντα Ιωάννα και Μπαρδάκη Θεοδώρα, του τμήματος Λογιστικής της Σχολής Διοίκησης και Οικονομίας του Τεχνολογικού Εκπαιδευτικού Ιδρύματος Δυτικής Ελλάδος και με εποπτεύοντα καθηγητή τον κ. Φωτεινόπουλο Μιχαήλ.

Στόχος της παρούσας εργασίας είναι να παρουσιαστεί θεωρητικά η διαδικασία της ανάλυσης γραμμικής παλινδρόμησης και η ανάλυση της γραμμικής συσχέτισης. Επιπλέον, γίνεται πρακτική εφαρμογή πάνω σε πραγματικά μακροοικονομικά δεδομένα για την Ελλάδα από το 1991 έως το 2014, τα οποία διερευνούν τον βαθμό ερμηνείας που το ποσοστό της αποταμίευσης της χώρας επηρεάζεται από τον ρυθμό ανάπτυξης της χώρας και τον Δείκτη Τιμών Καταναλωτή. Η ανάλυση και η στατιστική επεξεργασία των δεδομένων έγινε με τη βοήθεια του στατιστικού πακέτου SPSS. Τέλος, ακολουθούν τα συμπεράσματα που προέκυψαν από την πρακτική εφαρμογή. Την υλοποίηση της παρούσας εργασίας στήριξαν και βοήθησαν σημαντικά ορισμένα άτομα, στα οποία επιθυμούμε να αποδώσουμε τις ιδιαίτερες ευχαριστίες μας.

Καταρχάς, να ευχαριστήσουμε την καθηγήτρια μας κ. Καρυώτη Βασιλική για τη δυνατότητα που μας έδωσε να ασχοληθούμε με ένα τόσο ενδιαφέρον θέμα.

Φυσικά, θεωρούμε υποχρέωσή μας να εκφράσουμε τις θερμές μας ευχαριστίες στον καθηγητή μας κ. Μιχάλη Φωτεινόπουλο, ο οποίος έδειξε εμπιστοσύνη στις ικανότητες μας, μας εφοδίασε με πολύτιμες συμβουλές και με την καθοδήγησή του συνέβαλε στην ολοκλήρωση της πτυχιακής μας εργασίας.

Επιπλέον, θα θέλαμε να ευχαριστήσουμε τους καθηγητές που έλαβαν μέρος στη διαδικασία αξιολόγησης της εργασίας μας και για τη διδακτική συνεργασία που είχαμε μαζί τους καθ' όλη τη διάρκεια των σπουδών μας.

Και τέλος, οφείλουμε ένα μεγάλο ευχαριστώ σε όσους μας στήριξαν σε αυτήν μας την προσπάθεια, ο καθένας με τον δικό του τρόπο, καθώς και στην οικογένεια μας, η οποία πάντα είναι δίπλα μας και υπήρξε αρωγός στην επίτευξη των στόχων μας όλα αυτά τα χρόνια.

## Περιεχόμενα

<b>1. ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ</b> .....	6
<b>1.1 Η εξίσωση της ευθείας γραμμής</b> .....	6
<b>1.2 Ανάλυση Συσχέτισης</b> .....	7
<b>1.2.1 Scatter Plot – Διάγραμμα Συσχετίσεων</b> .....	8
<b>1.2.2 Υπολογισμός Συντελεστή Συσχέτισης</b> .....	9
<b>1.2.3 Έλεγχος Σημαντικότητας του Συντελεστή Συσχέτισης</b> .....	10
<b>1.3 ΑΠΛΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΙΣΗ</b> .....	12
<b>1.3.1 Μοντέλο της Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης (Simple Regression)</b> .....	12
<b>1.3.2 Βασικές προϋποθέσεις της απλής γραμμικής παλινδρόμησης<sup>1.1</sup></b> .....	13
<b>1.3.3 Βήματα της Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης<sup>1.1</sup></b> .....	13
<b>1.4 ΠΟΛΛΑΠΛΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ</b> .....	20
<b>1.4.1 Το Μοντέλο της Πολλαπλής Γραμμικής Παλινδρόμησης</b> .....	20
<b>1.4.2 Βασικές Προϋποθέσεις της Πολλαπλής Γραμμικής Παλινδρόμησης<sup>1.1</sup></b> .....	20
<b>1.4.3 Βήματα της Πολλαπλής Γραμμικής Παλινδρόμησης<sup>1.1</sup></b> .....	20
<b>2. ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ</b> .....	27
<b>2.1 Οικονομικά Δεδομένα</b> .....	27
<b>2.2 Μεθοδολογία</b> .....	27
<b>2.3 ΑΝΑΛΥΣΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ</b> .....	30
<b>2.3.1 Δημιουργία Scatter Plots</b> .....	30
<b>2.3.2 Υπολογισμός Συντελεστών Συσχέτισης</b> .....	31
<b>2.4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ</b> .....	33
<b>2.4.1 1° Μοντέλο Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης (Savings ~ Growth)</b> .....	33
<b>2.4.2 2° Μοντέλο Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης (Savings ~ CPI)</b> .....	38
<b>2.4.3 Μοντέλο Πολλαπλής Γραμμικής Παλινδρόμησης (Savings~Growth+CPI)</b> .....	43
<b>3. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ</b> .....	50
<b>4. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b> .....	53
<b>4.1 ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b> .....	53
<b>4.2 ΞΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ</b> .....	54
<b>4.3 ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΕΣ</b> .....	54

## ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Η Στατιστική είναι ένα κομμάτι της επιστήμης των μαθητικών με στοχαστικό όμως χαρακτήρα και όχι ντετερμινιστικό όπως τα μαθηματικά. Η στοχαστική προσέγγιση της επιστήμης της στατιστικής εισάγει την έννοια της πιθανότητας. Την πιθανότητα δηλαδή να ισχύει ένα γεγονός ή ένα συμπέρασμα, το οποίο μπορεί κάτω υπό κατάλληλες προϋποθέσεις να γενικευθεί ως ασφαλές συμπέρασμα για ένα πληθυσμό ο οποίος ήταν εξ' αρχής δύσκολο να μελετηθεί. Η στοχαστική προσέγγιση προβλημάτων έχει δώσει λύσεις σε πολλές επιστήμες τόσο στο να παρατηρήσουν φαινόμενα, να επιβεβαιώσουν θεωρίες αλλά και να στηριχθούν σε ισχυρές ενδείξεις ώστε να αναζητήσουν νέες θεωρίες.

Συγκεκριμένα στην επιστήμη των οικονομικών, η στατιστική αποτελεί βασικό εργαλείο κατά τη λήψη αποφάσεων τόσο σε προβλήματα που αφορούν επιχειρήσεις, όσο και προβλήματα που αφορούν τη λειτουργία κρατών. Η στατιστική είναι ένα σύνολο μεθοδολογιών και εργαλείων που στόχο έχει να συλλέξει, να παρουσιάσει και να εξάγει χρήσιμες πληροφορίες.

Ένα σημαντικό κομμάτι που απασχολεί έντονα επιστήμες όπως τα οικονομικά, είναι η πρόβλεψη κάποιων φαινομένων. Η πρόβλεψη για παράδειγμα της οικονομικής πορείας μιας επιχείρησης ή του ρυθμού ανάπτυξης μιας χώρας είναι ζητήματα που έχουν διερευνηθεί εκτενώς στη διεθνή βιβλιογραφία. Η πιο εύκολη αλλά και πιο συχνά χρησιμοποιούμενη προσέγγιση σε τέτοιου είδους οικονομικά προβλήματα, είναι η γραμμική ερμηνεία των προβλημάτων. Σπάνια στη φύση τα προβλήματα είναι γραμμικά, είναι όμως ένας εύκολος και αρκετά αξιόπιστος τρόπος προσέγγισης αρκετών προβλημάτων.

Στην παρούσα πτυχιακή εργασία παρουσιάζεται θεωρητικά η διαδικασία της ανάλυσης γραμμικής παλινδρόμησης και της ανάλυσης συσχέτισης. Αναλύονται τα βήματα και οι προϋποθέσεις τόσο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης όσο και της πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης. Στο δεύτερο κομμάτι, αυτό της πρακτικής εφαρμογής, μελετώνται πραγματικά μακροοικονομικά δεδομένα για την Ελλάδα, με στόχο την ερμηνεία μιας εξαρτημένης μεταβλητής, η οποία είναι το ποσοστό αποταμίευσης της χώρας, ως προς δύο ανεξάρτητες μεταβλητές που αφορούν το

ρυθμό ανάπτυξης της χώρας, εκφρασμένο ως ποσοστό του ΑΕΠ, και ο Δείκτης Τιμών του Καταναλωτή. Και οι δύο ανεξάρτητες μεταβλητές σχετίζονται με την αγοραστική δύναμη των καταναλωτών μιας χώρας. Όσο μεγαλύτερη η ανάπτυξη της χώρας και όσο μικρότερος ο δείκτης τιμών των καταναλωτών τόσο μεγαλύτερο το ποσοστό αποταμίευσης για τη χώρα. Αναμένεται μία ισχυρή εξάρτηση και ερμηνεία της εξαρτημένης μεταβλητής από τις ανεξάρτητες του μοντέλου πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης. Η περίοδος μελέτης του μοντέλου είναι η ετήσια καταγραφή των τιμών των μεταβλητών από το 1991 έως το 2014. Το μοντέλο της πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης και η ανάλυση γραμμικής συσχέτισης έγινε με το στατιστικό πακέτο SPSS. Στο τρίτο και τελευταίο κομμάτι της παρούσας πτυχιακής εργασίας παρουσιάζονται τα συμπεράσματα που προέκυψαν από τα αποτελέσματα της πρακτικής εφαρμογής.

# 1. ΘΕΩΡΗΤΙΚΗ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΗ ΤΗΣ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ

Η ανάλυση της γραμμικής παλινδρόμηση χρησιμοποιείται για την πρόβλεψη της τιμής μιας μεταβλητής, με βάση τις τιμές μιας ή περισσότερων άλλων μεταβλητών. Πρόκειται για τη συχνότερα χρησιμοποιούμενη μέθοδο επαγωγικής στατιστικής καθώς οι περισσότερες έρευνες, κυρίως οι οικονομικές, ενδιαφέρονται για την πρόβλεψη κάποιων μελλοντικών τιμών επιμέρους μεταβλητών. Για παράδειγμα η πρόβλεψη τιμών των μετοχών στο χρηματιστήριο, η πρόβλεψη των τιμών των επιτοκίων, της ανεργίας, του ρυθμού ανάπτυξης, του πληθωρισμού αλλά και της ζήτησης αγαθών είναι βασικά ζητήματα που απασχολούν οικονομολόγους και επιχειρήσεις σε τακτική βάση.

Η ανάλυση γραμμικής παλινδρόμησης γίνεται με την κατασκευή μιας μαθηματικής εξίσωσης, σύμφωνα με την οποία περιγράφεται ικανοποιητικά η σχέση μεταξύ δύο ή περισσότερων μεταβλητών. Η μαθηματική εξίσωση της ευθείας παλινδρόμησης έχει τη μορφή της εξίσωσης της ευθείας γραμμής.

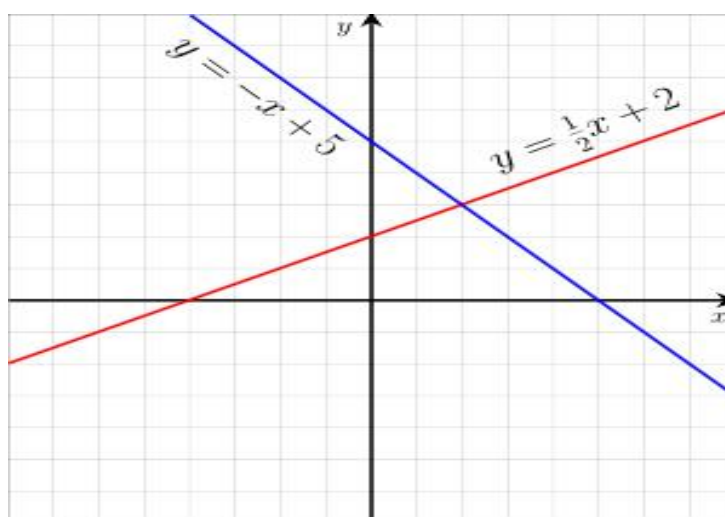
## 1.1 Η εξίσωση της ευθείας γραμμής

Πριν αναφερθεί αναλυτικά η διαδικασία της ανάλυσης παλινδρόμησης, είναι χρήσιμο να περιγραφεί η εξίσωση ευθείας γραμμής. Έστω μία μεταβλητή  $Y$  που παίρνει τιμές στον κατακόρυφο άξονα και μία μεταβλητή  $X$  που παίρνει τιμές στον οριζόντιο άξονα. Η εξίσωση μιας ευθείας γραμμής ανάμεσα σε αυτές τις δύο μεταβλητές είναι της μορφής:

$$y = a + bx \quad (1)$$

Όπου η τιμή  $a$  είναι η τιμή που θα πάρει η μεταβλητή  $Y$  στην περίπτωση που η μεταβλητή  $X$  είναι ίση με το μηδέν. Η τιμή  $a$  ονομάζεται σταθερός όρος της ευθείας και ουσιαστικά μας υποδηλώνει το σημείο στο οποίο η ευθεία τέμνει τον κάθετο άξονα. Η τιμή  $b$  της εξίσωσης αφορά την κλίση της ευθείας. Ουσιαστικά η κλίση  $b$  είναι η μεταβολή της τιμής της  $Y$  όταν η  $X$  μεταβάλλεται κατά μία μονάδα. Σε

περίπτωση θετικής τιμής της κλίσης  $b$ , η ευθεία έχει θετική κλίση, δηλαδή ανέρχεται, ενώ αντίθετα σε περίπτωση αρνητικής τιμής για τον συντελεστή  $b$  η ευθεία κατέρχεται. Αν η κλίση είναι θετική τότε καθώς αυξάνονται οι τιμές της μεταβλητής  $X$  το ίδιο συμβαίνει και με τις τιμές της  $Y$ . Αντίθετα όταν η κλίση είναι αρνητική καθώς αυξάνονται οι τιμές της μεταβλητής  $X$ , οι τιμές της μεταβλητής  $Y$  μειώνονται.<sup>1.1</sup>



Διάγραμμα 1 Εξισώσεις Ευθείας

## 1.2 Ανάλυση Συσχέτισης

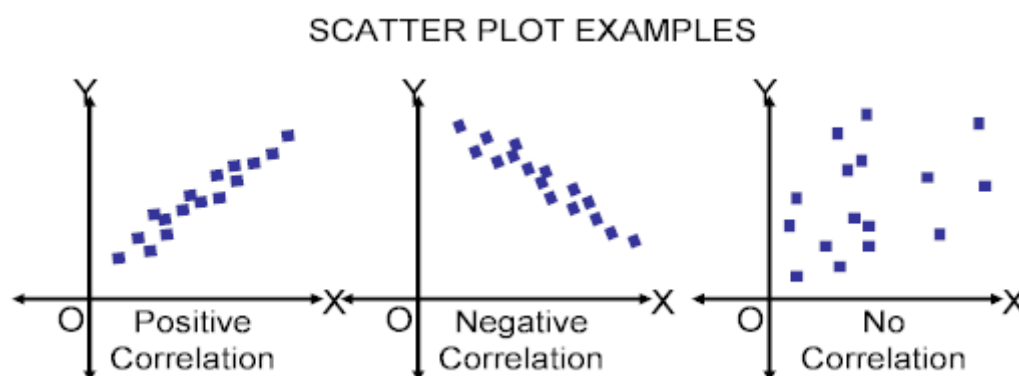
Η ανάλυση συσχέτισης είναι ένα στάδιο που προηγείται της ανάλυσης γραμμικής παλινδρόμησης, καθώς δεν έχει νόημα να αναζητήσουμε την εξίσωση ευθείας παλινδρόμησης μεταξύ των μεταβλητών αν αυτές δεν φανερώσουν στατιστικά σημαντική γραμμική συσχέτιση μεταξύ τους. Πριν προχωρήσουμε λοιπόν στην εύρεση κατάλληλης ευθείας γραμμικής παλινδρόμησης, είναι απαραίτητο να αποδείξουμε πως υπάρχει σημαντική γραμμική συσχέτιση μεταξύ της εξαρτημένης μεταβλητής με την ή τις ανεξάρτητες μεταβλητές που θέλουμε να εξετάσουμε. Ένα σημαντικό μέτρο που μετρά το κατά πόσο τα σημεία των δύο μεταβλητών είναι κοντά στην μορφή μιας ευθείας είναι ο συντελεστής γραμμικής συσχέτισης. Αν οι μεταβλητές  $X$  και  $Y$  είναι ποσοτικές και τουλάχιστον μία από τις δύο ακολουθεί κανονική κατανομή τότε υπολογίζεται ο συντελεστής Pearson. Αν μία από τις δύο παραπάνω υποθέσεις δεν ισχύει, τότε υπολογίζουμε το μη παραμετρικό συντελεστή

συσχέτισης του Spearman. Στην παρούσα εργασία θα αναφερθούμε στον συντελεστή γραμμικής συσχέτισης του Pearson καθώς μας αφορούν ποσοτικές μεταβλητές.

Όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης είναι βασική προϋπόθεση και για την πολλαπλή γραμμική παλινδρόμηση. Κάθε ανεξάρτητη μεταβλητή θα πρέπει να συσχετίζεται γραμμικά με την εξαρτημένη μεταβλητή, είτε θετικά είτε αρνητικά. Συνεπώς τόσο στην απλή γραμμική παλινδρόμηση όσο και στην πολλαπλή θα πρέπει να ελεγχθεί η ύπαρξη γραμμική συσχέτισης για όλα τα ζεύγη των ανεξάρτητων μεταβλητών με την εξαρτημένη.<sup>1,8</sup>

### 1.2.1 Scatter Plot – Διάγραμμα Συσχετίσεων

Πρώτο βήμα της ανάλυσης συσχέτισης είναι η οπτικοποίηση της σχέσης μεταξύ των μεταβλητών μέσα από την αναπαράστασή τους σε ένα διάγραμμα διασπορών (Scatter Plot). Αν τα ζεύγη των τιμών των μεταβλητών  $X$  και  $Y$  αναπαρασταθούν σε ένα διάγραμμα διασποράς, τότε τα σημεία που θα αποτυπώνονται στο διάγραμμα, θα εμφανίζουν μια πρώτη εκτίμηση της ύπαρξης γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των δύο μεταβλητών. Όσο εντονότερα φαίνονται τα σημεία να ταξινομούνται στη μορφή μιας ευθείας τόσο εντονότερες είναι οι ενδείξεις οι μεταβλητές μεταξύ τους να συσχετίζονται γραμμικά ισχυρά.



Διάγραμμα 2 Διαγράμματα Συσχετίσεων (Scatter Plots)

Στην πρώτη περίπτωση, στο **Διάγραμμα 2**, τα δεδομένα μου φαίνεται να φανερώνουν μία θετική γραμμική συσχέτιση, ενώ στη δεύτερη μία αρνητική γραμμική συσχέτιση. Η διασπορά των παρατηρήσεων στη τρίτη περίπτωση, δεν φαίνεται να μας δίνει ισχυρές ενδείξεις για ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των μεταβλητών  $X$  και  $Y$ .



Φυσικά από το διάγραμμα διασπορών παίρνουμε απλά και μόνον ενδείξεις για την ύπαρξη γραμμικής σχέσης μεταξύ των μεταβλητών. Η δική μας οπτική εκτίμηση δεν αποδεικνύει από μόνη της την ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης. Η ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης συμπληρώνεται με δύο εξίσου σημαντικά βήματα, τον υπολογισμό του συντελεστή συσχέτισης και τον έλεγχο στατιστικής σημαντικότητας του συντελεστή συσχέτισης. Απαιτούνται και τα τρία βήματα της διαδικασίας ανάλυσης συσχέτισης ώστε να αποδείξουμε την ύπαρξη ισχυρής γραμμικής συσχέτισης μεταξύ δύο μεταβλητών.<sup>1.1</sup>

### 1.2.2 Υπολογισμός Συντελεστή Συσχέτισης

Ο συντελεστής συσχέτισης ανάμεσα σε δύο τυχαίες μεταβλητές,  $X$  και  $Y$ , είναι ένα μέτρο του βαθμού γραμμικότητας μεταξύ των δύο μεταβλητών. Ο συμβολισμός του συντελεστή συσχέτισης είναι το  $\rho$  και οι τιμές που παίρνει κυμαίνονται στο διάστημα  $-1$  έως  $+1$ .

Όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι ίσος με  $-1$  τότε εμφανίζει τέλεια αρνητική γραμμική συσχέτιση, ενώ όταν είναι ίσος με  $+1$  έχει τέλεια θετική γραμμική συσχέτιση. Στην περίπτωση όπου ο συντελεστής συσχέτισης ισούται με το  $0$ , τότε δεν υπάρχει γραμμική συσχέτιση μεταξύ των δύο μεταβλητών. Τέλος αν ισχύει για το  $\rho$  ότι:  $-1 < \rho < 0$ , τότε παρουσιάζει αρνητική γραμμική συσχέτιση, ενώ αν  $0 < \rho < +1$ , τότε υπάρχει θετική γραμμική συσχέτιση. Και πάλι όμως ο υπολογισμός και μόνο του συντελεστή δεν σημαίνει αυτόματα και την αποδοχή της τιμής του ως στατιστικά σημαντικής. Το αν η τιμή ενός συντελεστή συσχέτισης που υπολογίσαμε ανάμεσα σε δύο μεταβλητές είναι στατιστικά σημαντική, θα μας το υποδείξει ο κατάλληλος έλεγχος υπόδειξης.

Ο συντελεστής συσχέτισης ενός δείγματος υπολογίζεται ως εξής:

$$\rho = \frac{S_{XY}}{S_X * S_Y} \quad (2)$$

Όπου  $s_{XY}$  είναι η συμεταβλητότητα των δύο μεταβλητών,  $s_X$  η τυπική απόκλιση της μεταβλητής  $X$  και  $s_Y$  η τυπική απόκλιση της μεταβλητής  $Y$ .<sup>1.6</sup>

### 1.2.3 Έλεγχος Σημαντικότητας του Συντελεστή Συσχέτισης

Βασική προϋπόθεση της απλής γραμμικής παλινδρόμησης είναι η ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης μεταξύ των μεταβλητών. Χρειάζεται δηλαδή να ελέγξουμε αν υπάρχει γραμμική συσχέτιση μεταξύ της εξαρτημένης μεταβλητής και της ή των ανεξάρτητων. Είναι εύκολο να αξιολογήσουμε, υπολογίζοντας τον συντελεστή συσχέτισης, αν είναι μία τιμή του συντελεστή είναι διάφορη του μηδενός ή όχι. Θεωρείται όμως αυτή η τιμή στατιστικά διάφορη από το μηδέν; Για παράδειγμα μία τιμή του συντελεστή κοντά στο 0,20 ενδεχομένως να μην είναι στατιστικά διάφορη από το 0 για ένα δείγμα μικρό. Αντιθέτως για ένα μεγαλύτερο δείγμα ενδεχομένως και να είναι στατιστικά διάφορη του μηδενός. Την απάντηση σε αυτό ερώτημα μας την δίνει ο κατάλληλος έλεγχος του συντελεστή συσχέτισης, ο οποίος έχει ως μηδενική υπόθεση την πρόταση πως η γραμμική συσχέτιση ισούται με το 0, έναντι της εναλλακτικής που ορίζει πως η γραμμική συσχέτιση είναι διάφορη του μηδενός.

$H_0: \rho=0$ , δεν υπάρχει γραμμική συσχέτιση

$H_1: \rho \neq 0$ , υπάρχει γραμμική συσχέτιση είτε θετική είτε αρνητική

Για να ελεγχθεί ποια από τις δύο προτάσεις απορρίπτεται, θα πρέπει να υπολογίσουμε την τιμή  $t$  και να τη συγκρίνουμε με τη κρίσιμη τιμή της κατανομής  $t$ -student για  $n-2$  βαθμούς ελευθερίας, όπου  $n$  είναι το μέγεθος του δείγματος.

$$t = \rho * \sqrt{\frac{n-2}{1-\rho^2}}$$

Όπου  $\rho$  ο συντελεστής συσχέτισης που έχουμε υπολογίσει και  $n$  το μέγεθος του δείγματος. Εναλλακτικά για να αποφασίσουμε αν ένας συντελεστής συσχέτισης είναι στατιστικά σημαντικός, μπορούμε για δεδομένο μέγεθος δείγματος και επίπεδο σημαντικότητας, να συγκρίνουμε σε απόλυτη κατά απόλυτη τιμή τον συντελεστή με τον πίνακα κρίσιμων τιμών για του δείκτη που δίνεται από τον Pearson (Πίνακας 1).<sup>1.1</sup>

<i>n</i>	$\alpha = .05$	$\alpha = .01$
4	.950	.999
5	.878	.959
6	.811	.917
7	.754	.875
8	.707	.834
9	.666	.798
10	.632	.765
11	.602	.735
12	.576	.708
13	.553	.684
14	.532	.661
15	.514	.641
16	.497	.623
17	.482	.606
18	.468	.590
19	.456	.575
20	.444	.561
25	.396	.505
30	.361	.463
35	.335	.430
40	.312	.402
45	.294	.378
50	.279	.361
60	.254	.330
70	.236	.305
80	.220	.286
90	.207	.269
100	.196	.256

Πίνακας 1 Pearson's Critical Table

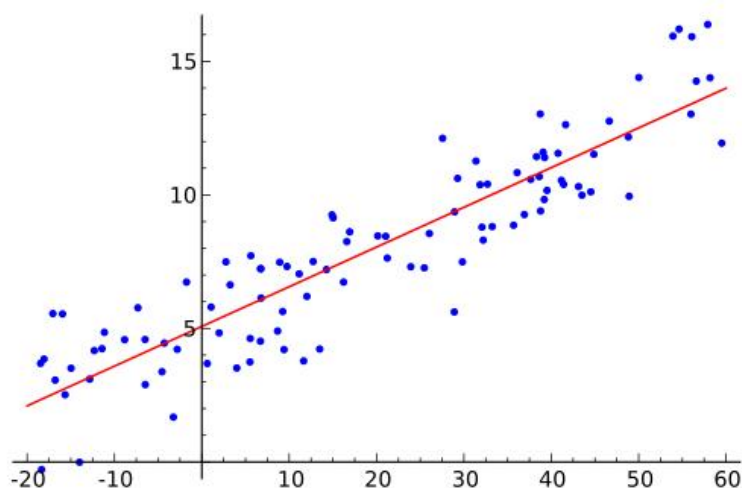
## 1.3 ΑΠΛΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΙΣΗ

### 1.3.1 Μοντέλο της Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης (Simple Regression)

Η ανάλυση της απλής γραμμικής παλινδρόμησης γίνεται μόνο και μόνο αν έχουμε αποδείξει με τον έλεγχο του συντελεστή συσχέτισης ότι αυτός είναι διάφορος του μηδενός, δηλαδή ότι υπάρχει γραμμική συσχέτιση μεταξύ της εξαρτημένης μεταβλητής και της ανεξάρτητης. Συνεπώς δεν μπορούμε να προχωρήσουμε σε οποιαδήποτε ανάλυση παλινδρόμησης αν δεν έχει προηγηθεί η ανάλυση συσχέτισης. Το μοντέλο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης χρησιμοποιείται για να περιγράψει την αιτιώδη σχέση μεταξύ δύο μεταβλητών που συσχετίζονται γραμμικά μεταξύ τους. Η μία μεταβλητή καλείται εξαρτημένη μεταβλητή (dependent variable) ενώ η δεύτερη ανεξάρτητη μεταβλητή (independent variable). Στόχος της απλής γραμμικής παλινδρόμησης είναι ο προσδιορισμός, πρόβλεψη της εξαρτημένης μεταβλητής από τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής μέσα από μία συναρτησιακή σχέση. Η συναρτησιακή σχέση εκφράζεται από οποιαδήποτε μορφή εξίσωση ευθείας γραμμής. Συνεπώς η μορφή της εξίσωσης της απλής γραμμικής παλινδρόμησης θα είναι όμοια με την εξίσωση ευθείας που περιγράφηκε παραπάνω.

$$Y = b_0 + b_1X + \varepsilon$$

όπου  $b_0$  και  $b_1$  είναι οι παράμετροι της εξίσωσης και  $\varepsilon$  είναι τα σφάλματα ή αλλιώς τα κατάλοιπα. Πιο συγκεκριμένα, ο συντελεστής  $b_0$  είναι ο σταθερός όρος (Intercept Term), δηλαδή το σημείο εκείνο στον άξονα  $Y$  (κατακόρυφος άξονας) από το οποίο ξεκινά η ευθεία που προσπαθούμε να φέρουμε ανάμεσα από τα σημεία των παρατηρήσεων των δύο μεταβλητών. Είναι ουσιαστικά η τιμή της μεταβλητής  $Y$  όταν η μεταβλητή  $X$  παίρνει την τιμή μηδέν. Ο συντελεστής  $b_1$  δείχνει την κλίση της ευθείας (Slope Coefficient), δηλαδή τη μεταβολή που παρατηρείται στην  $Y$  για μια μεταβολή της  $X$  κατά μία μονάδα. Τέλος, τα κατάλοιπα  $\varepsilon$  είναι οι αποκλίσεις των παρατηρήσεων από την ευθεία που σχηματίζεται με συγκεκριμένα  $b_0$  και  $b_1$ . Αν όλες οι παρατηρήσεις βρίσκονταν ακριβώς πάνω στην εξίσωση ευθείας δεν θα υπήρχε νόημα να εκτελέσουμε γραμμική παλινδρόμηση. Όσο μικρότερη η διασπορά των καταλοίπων ή σφαλμάτων, τόσο καλύτερα ταιριάζει η εξίσωση γραμμικής παλινδρόμησης στα δεδομένα μας.<sup>1,2</sup>



Διάγραμμα 3 Ευθεία Γραμμικής Παλινδρόμησης

### 1.3.2 Βασικές προϋποθέσεις της απλής γραμμικής παλινδρόμησης<sup>1.1</sup>

- Ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης μεταξύ της εξαρτημένης και της ανεξάρτητης μεταβλητής.
- Οι τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής είναι γνωστές και όχι τυχαίες
- Οι μεταβλητές είναι ποσοτικές και σε καμία περίπτωση ποιοτικές
- Τα σφάλματα ή κατάλοιπα ακολουθούν την κανονική κατανομή
- Τα σφάλματα δεν παρουσιάζουν το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης μεταξύ τους.

### 1.3.3 Βήματα της Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης<sup>1.1</sup>

1. Ορισμός της εξαρτημένης και της ανεξάρτητης μεταβλητής
2. Υπολογισμός συντελεστή συσχέτισης ανάμεσα στην εξαρτημένη και την ανεξάρτητη μεταβλητή
3. Έλεγχος στατιστικής σημαντικότητας του συντελεστή συσχέτισης
4. Υπολογισμός της ευθείας των Ελαχίστων Τετραγώνων
5. Έλεγχος σημαντικότητας του συντελεστή κλίσης ( $b_1$ )
6. Έλεγχος σημαντικότητας του μοντέλου Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης
7. Υπολογισμός και ερμηνεία του Συντελεστή Προσδιορισμού  $R^2$

8. Υπολογισμός των καταλοίπων
9. Έλεγχος Κανονικότητας των καταλοίπων
10. Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων

### ***Ορισμός της εξαρτημένης και της ανεξάρτητης μεταβλητής***

Το πρώτο και καθοριστικότερο βήμα της απλής γραμμικής παλινδρόμησης είναι να οριστεί το μοντέλο . Αυτό γίνεται ορίζοντας μία μεταβλητή ως **εξαρτημένη** και μία μεταβλητή ως **ανεξάρτητη**. Και οι δύο μεταβλητές πρέπει να είναι ποσοτικές και όχι ποιοτικές. Ως εξαρτημένη ορίζεται η μεταβλητή που θέλουμε να προβλέψουμε τις τιμές της σε σχέση με τη δεύτερη μεταβλητή την οποία την ορίζουμε ως ανεξάρτητη μεταβλητή. Στο τέλος της απλής γραμμικής παλινδρόμησης θα πρέπει να είμαστε σε θέση να δώσουμε ένα ποσοστό ερμηνείας της μεταβλητότητας της εξαρτημένης μεταβλητής εξαιτίας των μεταβολών της ανεξάρτητης. Έτσι για διάφορες τιμές της ανεξάρτητης μεταβλητής θα είμαστε σε θέση να προβλέψουμε, εκτιμήσουμε τιμές της εξαρτημένης μεταβλητής. Συνήθως συμβολίζεται η εξαρτημένη μεταβλητή με το λατινικό γράμμα *Y* και η ανεξάρτητη με το λατινικό γράμμα *X*.<sup>1,11</sup>

### ***Υπολογισμός του συντελεστή συσχέτισης***

Συνήθως οι ερευνητές έχουν ενδείξεις είτε από τη βιβλιογραφία είτε από την εμπειρία τους για ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης μεταξύ της εξαρτημένης και ανεξάρτητης μεταβλητής που θέλουν να διερευνήσουν. Παρόλα αυτά ο υπολογισμός του συντελεστή συσχέτισης είναι βασική προϋπόθεση ώστε να προχωρήσουν περαιτέρω στη ανάλυση της απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Ο υπολογισμός του συντελεστή παλινδρόμησης Pearson γίνεται σύμφωνα με τη μαθηματική **σχέση 2** που υποδείχθηκε παραπάνω στην ανάλυση γραμμικής συσχέτισης.<sup>1,2</sup>

### ***Έλεγχος στατιστικής σημαντικότητας του συντελεστή συσχέτισης***

Η ύπαρξη στατιστικά σημαντικής γραμμικής συσχέτισης θα πρέπει να επιβεβαιωθεί από τον κατάλληλο έλεγχο υπόθεσης. Αναλυτικά έχει περιγραφεί ο έλεγχος

σημαντικότητας του συντελεστή συσχέτισης παραπάνω. Στόχος είναι να συγκεντρωθούν επαρκή στατιστικά στοιχεία ώστε να απορρίψουμε τη πρόταση της μηδενικής υπόθεσης που ορίζει τη μη ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης.<sup>1.10</sup>

### Υπολογισμός της Εξίσωσης Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης

Η εξίσωση απλής γραμμικής παλινδρόμησης υπολογίζεται με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Για αυτό καλείται και ευθεία ελαχίστων τετραγώνων. Προκύπτει η ευθεία με σταθερό όρο και κλίση τέτοια ώστε η ευθεία να περνά όσο το δυνατόν πιο κοντά από τις παρατηρήσεις. Επειδή κάποιες παρατηρήσεις αποκλίνουν από την ευθεία θετικά και κάποιες αρνητικά δημιουργείται ένα πρόβλημα στη μέτρηση των αποστάσεων μεταξύ των παρατηρήσεων και της ευθείας. Οι θετικές αποστάσεις εξαλείφουν τις αρνητικές με αποτέλεσμα η συνολική απόσταση να είναι ίση με το μηδέν. Συνεπώς σύμφωνα με τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων, δεν ελαχιστοποιείται η πραγματική απόσταση των παρατηρήσεων από την εξίσωση ευθείας, αλλά η τετραγωνική τους απόσταση από αυτή, ώστε να απολειφτούν τα πρόσημα των αποκλίσεων. Η ευθεία των ελαχίστων τετραγώνων έχει την μορφή:<sup>1.1</sup>

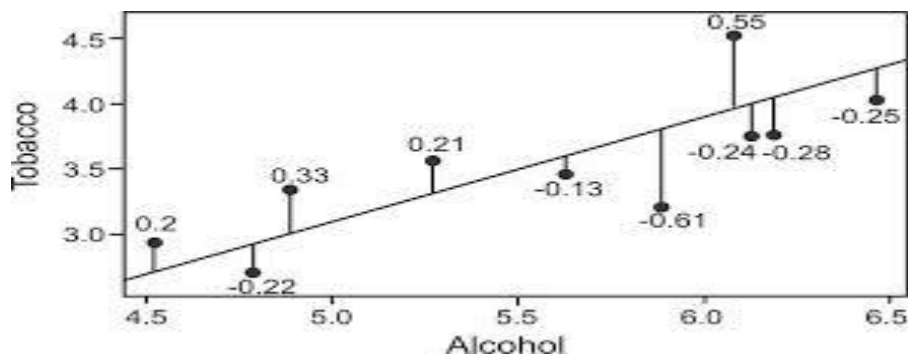
$$\hat{y} = b_0 + b_1 * \bar{x}$$

Ο συντελεστής του σταθερού όρου  $b_0$  υπολογίζεται σύμφωνα με τον τύπο:

$$b_0 = \bar{y} - b_1 * \bar{x}$$

Ο συντελεστής κλίσης της ευθείας  $b_1$  υπολογίζεται σύμφωνα με τον τύπο:<sup>1.2</sup>

$$b_1 = \frac{S_{XY}}{S_X^2}$$



Διάγραμμα 4 Ευθεία Ελαχίστων Τετραγώνων

### **Έλεγχος στατιστικής σημαντικότητας του συντελεστή $b_1$**

Η κλίση της ευθείας που δίνει ο συντελεστής της ανεξάρτητης μεταβλητής δίνει και την απαραίτητη πληροφορία, γνώση ως προς τη συμπεριφορά της εξαρτημένης μεταβλητής σε διάφορες μεταβολές της ανεξάρτητης μεταβλητής. Αν δεν υπάρχει η πρόσθετη αυτή πληροφορία, κλίση από την ανεξάρτητη μεταβλητή, δεν έχει νόημα η ανάλυση της γραμμικής παλινδρόμησης. Αποδεικνύεται ο τύπος:

$$\rho = b_1 * \frac{S_X}{S_Y}$$

σύμφωνα με τον οποίο το αποτέλεσμα του ελέγχου για τον συντελεστή συσχέτισης ταυτίζεται με τον έλεγχο σημαντικότητας του συντελεστή κλίσης  $b_1$ . Σύμφωνα με την σχέση αυτή ο συντελεστής συσχέτισης μπορεί να πάρει τη τιμή μηδέν μόνο όταν ο συντελεστής κλίσης  $b_1$  είναι ίσος με το μηδέν και το αντίθετο αν λύσουμε τη παραπάνω σχέση ως  $b_1$ :

$$b_1 = \rho * \frac{S_Y}{S_X}$$

Μάλιστα όταν ο συντελεστής συσχέτισης μεταξύ δύο μεταβλητών είναι αρνητικός αριθμός, το ίδιο πρόσημο έχει και συντελεστής κλίσης  $b_1$ . Αντίθετα, όταν ο συντελεστής συσχέτισης είναι μια θετική τιμή, το ίδιο πρόσημο παρατηρείται και για τον συντελεστή  $b_1$ . Η μηδενική υπόθεση του ελέγχου στατιστικής σημαντικότητας του συντελεστή κλίσης έχει ως υποθέσεις τις εξής:<sup>1,11</sup>

$H_0: b_1=0$ , μηδενική κλίση ευθείας

$H_1: b_1 \neq 0$ , υπάρχει κλίση της ευθείας, είτε θετική είτε αρνητική

### **Έλεγχος σημαντικότητας του μοντέλου Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης**

Το αν έχει νόημα να εκτελεστεί το μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης, επιβεβαιώνεται από τους δύο παραπάνω ελέγχους, καθώς εξασφαλίζεται και η στατιστικά σημαντική γραμμική συσχέτισης ανάμεσα στις δύο μεταβλητές αλλά και η πρόσθετη πληροφορία εξαιτίας της ανεξάρτητης μεταβλητής. Συνήθως



επιβεβαιώνονται τα παραπάνω και με έναν έλεγχο F. Ο έλεγχος αυτό αφορά την εγκυρότητα του μοντέλου.<sup>1.13</sup> Για να πραγματοποιηθεί ο παραπάνω έλεγχος είναι απαραίτητος ο πίνακας που προκύπτει από την Ανάλυση Διακύμανσης (ANOVA). Για να είναι στατιστικά σημαντική η ύπαρξη του μοντέλου απλής γραμμικής παλινδρόμησης θα πρέπει να απορριφθεί η μηδενική υπόθεση του ελέγχου F. Δηλαδή η τιμή F που θα βρούμε από τον πίνακα ANOVA να είναι μεγαλύτερη από την κρίσιμη τιμή της F για n-2 βαθμούς ελευθερίας και συγκεκριμένο περιθώριο σφάλματος  $\alpha$ . Στην περίπτωση της απλής γραμμικής παλινδρόμησης αποδεικνύεται πως ο έλεγχος F και ο έλεγχος t για τη σημαντικότητα του συντελεστή κλίσης είναι ισοδύναμοι. Συνεπώς αρκεί η επιβεβαίωση ενός από τους δύο ελέγχους ώστε να εξασφαλιστεί τόσο η σημαντικότητα του συντελεστή συσχέτισης όσο και η εγκυρότητα του μοντέλου.<sup>3.1</sup>

<b>Πίνακας ANOVA</b>				
	<b>Βαθμοί Ελευθερίας</b>	<b>Άθροισμα Τετραγώνων</b>	<b>Μέσα Τετράγωνα</b>	<b>Στοιχεία Ελέγχου</b>
<b>Παλινδρόμηση</b>	1	SSR	MSR	F=MSR/MSE
<b>Κατάλοιπα</b>	n-2	SSE	MSE	
<b>Σύνολο</b>	n-1	Μεταβλητότητα y		

### ***Υπολογισμός και ερμηνεία του Συντελεστή Προσδιορισμού***

Ο συντελεστής προσδιορισμού είναι το βασικότερο αξιολογήσιμο μέτρο της ανάλυσης παλινδρόμησης. Ουσιαστικά εξηγεί το πόσο καλά ερμηνεύει η ανεξάρτητη μεταβλητή την εξαρτημένη. Είναι ένα μέτρο του πόσο καλή ή αλλιώς πόσο ισχυρή είναι η γραμμική συσχέτιση μεταξύ των μεταβλητών.<sup>1.12</sup> Παίρνει τιμές από 0 έως 1 και εκφράζεται και ως ποσοστό. Με απλά λόγια ο συντελεστής προσδιορισμού R<sup>2</sup> εκφράζει την αναλογία της εξηγήσιμης από το μοντέλο μεταβλητότητας προς τη συνολική μεταβλητότητα της εξαρτημένης μεταβλητής. Μία τιμή του συντελεστή προσδιορισμού ίση με 0,80 ή 80% σημαίνει πως το 80% της μεταβλητότητας της εξαρτημένης μεταβλητής οφείλεται στην μεταβλητότητα της ανεξάρτητης μεταβλητής. Η ανεξάρτητη μεταβλητή ερμηνεύει το 80% της μεταβλητότητας της εξαρτημένης, ενώ το 20% της μεταβλητότητας παραμένει ανερμήνευτο.<sup>1.7</sup>

$$R^2 = \frac{SSR}{SSE + SSR} = \frac{\text{Εξηγήσιμη Μεταβλητότητα}}{\text{Συνολική Μεταβλητότητα}}$$

### *Υπολογισμός των καταλοίπων*

Για κάθε παρατήρηση του δείγματός υπολογίζεται και ένα κατάλοιπο. Είναι ουσιαστικά η απόσταση, διαφορά κάθε παρατήρησης από την εκτιμώμενη τιμή  $\hat{y}$  που προκύπτει από την ευθεία ελαχίστων τετραγώνων.

$$\varepsilon_i = y_i - \hat{y}_i$$

Το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων επιθυμούμε να είναι ελάχιστο. Αναζητείται κατάλληλο  $b_0$  και  $b_1$  ώστε το άθροισμα των τετραγώνων των σφαλμάτων να είναι ελάχιστο.<sup>1.1</sup>

$$\text{Μεθ. Ελαχ. Τετραγ.: } \min \left( \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \right)$$

### *Έλεγχος κανονικότητας των καταλοίπων*

Βασική προϋπόθεση για να είναι ασφαλή τα συμπεράσματα από τα αποτελέσματα του μοντέλου απλής γραμμικής παλινδρόμησης είναι να εξασφαλίσουμε την κανονικότητα των καταλοίπων. Δηλαδή να αποδείξουμε ότι τα κατάλοιπα, το ανερμηνευτο κομμάτι της παλινδρόμησης ακολουθεί την κανονική κατανομή. Αυτό εξασφαλίζεται με ένα έλεγχο υπόθεσης που εφαρμόζεται στις τιμές των καταλοίπων. Οι τιμές των καταλοίπων  $\varepsilon$  προκύπτουν αν από τις εκτιμώμενες τιμές  $\hat{y}$  που προκύπτουν από της ευθεία ελαχίστων τετραγώνων αφαιρέσουμε τις τιμές της  $Y$  που έχουμε από τα δεδομένα μας. Τα κατάλοιπα είναι τόσα όσα και οι παρατηρήσεις μας. Συμπεραίνεται εύκολα πως τα κατάλοιπα αποτελούν ένα διάνυσμα τιμών μεγέθους ίσου με το μέγεθος του δείγματος. Αρκεί να εκτελεστεί ένας έλεγχος κανονικότητας ενός ανεξάρτητου δείγματος. Υπάρχουν αρκετοί έλεγχοι κανονικότητας όπως των Jarque και Bera ή ο έλεγχος Shapiro-Wilk ή ο έλεγχος Kolmogorov-Smirnov. Στην μηδενική υπόθεση των ελέγχων αυτών ορίζεται η ύπαρξη κανονικότητας στα δεδομένα, έναντι της εναλλακτικής υπόθεσης που υποθέτει μη-κανονικότητα. Η

επιβεβαίωση της κανονικότητας είναι ένα σημαντικό βήμα ώστε να ισχυροποιήσουμε τα ευρήματα της απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Διαφορετικά το μοντέλο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης να μην είναι αξιόπιστο.<sup>1,6</sup>

$H_0$ : Τα κατάλοιπα κατανέμονται κανονικά

$H_1$ : Τα κατάλοιπα δεν κατανέμονται κανονικά

### *Έλεγχος αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων*

Ένας ακόμα σημαντικός έλεγχος που πρέπει να εφαρμοστεί στα κατάλοιπα, είναι ο έλεγχος ύπαρξης ή μη αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα. Επιθυμητό είναι να μην υπάρχει αυτοσυσχέτιση στα κατάλοιπα του μοντέλου. Αν υπάρχει πρόβλημα αυτοσυσχέτισης, ενδεχομένως κάποιος άλλος παράγοντας που δεν έχει συμπεριληφθεί στο μοντέλο να κάνει τα σφάλματα να «συμπεριφέρονται» με συγκεκριμένο όμοιο τρόπο. Ο κατάλληλος έλεγχος υπόθεσης που εφαρμόζεται ώστε να διαπιστωθεί αν υπάρχει ή όχι πρόβλημα αυτοσυσχέτισης πρώτης τάξης στα κατάλοιπα είναι ο έλεγχος Durbin-Watson. Μηδενική υπόθεση του ελέγχου είναι πως η αυτοσυσχέτιση των καταλοίπων είναι μηδενική, αυτό είναι και το επιθυμητό, έναντι της εναλλακτικής που υποθέτει πως η αυτοσυσχέτιση είναι διάφορη του μηδενός. Ο έλεγχος πρακτικά ελέγχει την ύπαρξη συσχέτισης μεταξύ διαδοχικών τιμών. Εξετάζει τη σχέση κάθε τιμής των καταλοίπων με την προηγούμενη. Η αυτοσυσχέτιση πρώτης τάξης είναι ένα συνηθισμένο φαινόμενο σε οικονομικά και επιχειρηματικά δεδομένα και αυτό συμβαίνει γιατί διαδοχικές τιμές σφαλμάτων είναι παρόμοιες μεταξύ τους.<sup>1,2</sup>

$$d = \frac{\sum_{i=2}^n (e_i - e_{i-1})^2}{\sum_{i=1}^n e_i^2}$$

$H_0$ : Δεν υπάρχει θετική αυτοσυσχέτιση πρώτης τάξης

$H_1$ : Υπάρχει θετική αυτοσυσχέτιση πρώτης τάξης

## 1.4 ΠΟΛΛΑΠΛΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗ

### 1.4.1 Το Μοντέλο της Πολλαπλής Γραμμικής Παλινδρόμησης

Το μοντέλο της πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης μοιάζει πάρα πολύ με αυτό της απλής γραμμικής παλινδρόμησης μόνο που αντί για μία ανεξάρτητη μεταβλητή έχουμε περισσότερες από μία.<sup>1,12</sup> Η γραμμική σχέση της πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης για  $k$  ανεξάρτητες μεταβλητές, έχει τη μορφή :

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + \dots + b_kX_k + \varepsilon$$

Όπου  $b_0$  ο σταθερός όρος,  $b_1, b_2, \dots, b_k$  οι συντελεστές κλίσης που αντιστοιχούν σε κάθε μια ανεξάρτητη μεταβλητή και  $\varepsilon$  κατάλοιπα.<sup>1,9</sup>

### 1.4.2 Βασικές Προϋποθέσεις της Πολλαπλής Γραμμικής Παλινδρόμησης<sup>1,1</sup>

- Οι μεταβλητές, τόσο η εξαρτημένη όσο και οι ανεξάρτητες, να είναι ποσοτικές μεταβλητές.
- Κάθε μια από τις ανεξάρτητες μεταβλητές να συσχετίζεται γραμμικά με την εξαρτημένη μεταβλητή.
- Η κατανομή των καταλοίπων να είναι κανονική.
- Τα κατάλοιπα να μην έχουν αυτοσυσχέτιση.
- Να μην υπάρχει πολυσυγγραμμικότητα μεταξύ των ανεξάρτητων μεταβλητών

### 1.4.3 Βήματα της Πολλαπλής Γραμμικής Παλινδρόμησης<sup>1,1</sup>

1. Ορισμός της Εξαρτημένης και των Ανεξάρτητων μεταβλητών
2. Υπολογισμός συντελεστών συσχέτισης ανάμεσα στην εξαρτημένη και ανεξάρτητες μεταβλητές (ζεύγη)
3. Έλεγχος στατιστικής σημαντικότητας για κάθε έναν συντελεστή συσχέτισης – έλεγχοι  $t$
4. Υπολογισμός της ευθείας ελαχίστων τετραγώνων
5. Έλεγχος σημαντικότητας των συντελεστών κλίσης για κάθε μία από τις ανεξάρτητες μεταβλητές – έλεγχοι  $t$

6. Έλεγχος σημαντικότητας του μοντέλου Πολλαπλής Γραμμικής Παλινδρόμησης – έλεγχος F
7. Υπολογισμός και ερμηνεία του Συντελεστή Προσδιορισμού
8. Υπολογισμός Καταλοίπων
9. Έλεγχος Κανονικότητας των καταλοίπων
10. Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων
11. Έλεγχος Πολυσυγγραμικότητας και Αντοχής

### **Ορισμός της Εξαρτημένης και των Ανεξάρτητων Μεταβλητών**

Κάθε μεταβλητή συνήθως επηρεάζεται από περισσότερες από μία μεταβλητές. Συνεπώς τα περισσότερα μοντέλα που μελετώνται από τους ερευνητές περιλαμβάνουν τη ανάλυση παλινδρόμησης για μια εξαρτημένη μεταβλητή όχι προς μία ανεξάρτητη μεταβλητή αλλά περισσότερες. Συνήθως τα προβλήματα που έχουν να αντιμετωπίσουν οι ερευνητές είναι πολυπαραγοντικά και όχι μονοπαραγοντικά. Αυτό σημαίνει ότι αρκετοί είναι οι παράγοντες που θα πρέπει να συμπεριληφθούν στο μοντέλο ώστε να ερμηνεύσουν τη σχέση μεταξύ της εξαρτημένης και των ανεξάρτητων στον καλύτερο βαθμό. Ως εξαρτημένη μεταβλητή στο μοντέλο πολλαπλής παλινδρόμησης ορίζεται αυτή της οποίας τις μεταβολές θέλουμε να ερμηνεύσουμε αξιολογώντας τις τιμές των υπόλοιπων ανεξάρτητων μεταβλητών. Κατά τον ορισμό των ανεξάρτητων μεταβλητών πρέπει να είμαστε πολύ προσεκτικοί. Δεν πρέπει ο αριθμός τους να είναι πολύ μεγάλος ειδικά αν το μέγεθος του δείγματος που έχουμε είναι μικρός αριθμός. Επίσης πρέπει να έχει εξασφαλιστεί η γραμμική τους συσχέτιση με την εξαρτημένη μεταβλητή. Κάθε ανεξάρτητη μεταβλητή θα μπορούσε να είναι εξαρτημένη σε μία διαφορετική σκοπιά μελέτης με την ανάλυση παλινδρόμησης.<sup>1,5</sup>

**Υπολογισμός συντελεστών συσχέτισης ανάμεσα στην εξαρτημένη μεταβλητή και τις ανεξάρτητες μεταβλητές**

Ο υπολογισμός των συντελεστών συσχέτισης πρέπει να γίνει για όλα τα ζεύγη μεταβλητών ανάμεσα στην εξαρτημένη και τις ανεξάρτητες. Ο υπολογισμός του συντελεστή συσχέτισης γίνεται με τον τύπο του Pearson αν οι μεταβλητές είναι κανονικά κατανοημένες. Διαφορετικά αν υπάρχει πρόβλημα μη –κανονικότητας στις μεταβλητές προτιμότερο είναι να υπολογισθεί ο μη παραμετρικός συντελεστής συσχέτισης του Spearman. Οι τύποι υπολογισμού των συντελεστών συσχέτισης παρατίθενται στο κομμάτι της ανάλυσης συσχέτισης.<sup>1.1</sup>

### **Έλεγχος στατιστικής σημαντικότητας του κάθε ένα συντελεστή συσχέτισης**

Είναι μείζον ζήτημα να αποδειχτεί η ύπαρξη στατιστικά σημαντικής γραμμικής σχέσης ανάμεσα σε κάθε ανεξάρτητη μεταβλητή με την εξαρτημένη. Αυτό αποδεικνύεται από το αποτέλεσμα ενός ελέγχου t. Ο έλεγχος t υποθέτει στη μηδενική του υπόθεση την ισότητα του συντελεστή συσχέτισης με το μηδέν έναντι της εναλλακτικής στην οποία υποθέτει τον συντελεστή συσχέτισης ως μία τιμή διαφορετική από το μηδέν. Η τιμή του ελέγχου t υπολογίζεται σύμφωνα με τον τύπο που παρατίθεται στο κομμάτι της ανάλυσης συσχέτισης και συγκρίνεται ως τιμή με το κρίσιμο σημείο της κατανομής T για συγκεκριμένο επίπεδο εμπιστοσύνης και μέγεθος δείγματος.<sup>1.2</sup>

### **Υπολογισμός της ευθείας των ελαχίστων τετραγώνων**

Και στην πολλαπλή παλινδρόμηση, όπως και στο μοντέλο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης, αναζητείται μία ευθεία με κατάλληλο σταθερό όρο και κατάλληλους συντελεστές κλίσης για κάθε ανεξάρτητη, ώστε η ευθεία να περνάει όσο το δυνατόν πιο κοντά από τις διασπαρμένες παρατηρήσεις. Ουσιαστικά αναζητείται αυτή η ευθεία η οποία θα ελαχιστοποιεί το τετράγωνο των αποστάσεων των παρατηρήσεων από την ευθεία. Η αποστάσεις των παρατηρήσεων από την ευθεία ονομάζονται κατάλοιπα ή σφάλματα. Συνεπώς η ευθεία θα υπολογιστεί έτσι ώστε να ελαχιστοποιείται το άθροισμα των τετραγώνων των καταλοίπων.<sup>1.11</sup>

### **Έλεγχος σημαντικότητας για τον κάθε συντελεστή κλίσης των ανεξάρτητων μεταβλητών**

Στο μοντέλο της πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης υπάρχουν περισσότερες από μία ανεξάρτητες μεταβλητές. Συνεπώς, όπως ελέγχθηκε στο μοντέλο της απλής γραμμικής παλινδρόμησης η ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης και κατ' επέκταση η σημαντικότητα του συντελεστή κλίσης, έτσι πρέπει να γίνει και στη πολλαπλή παλινδρόμηση για κάθε έναν συντελεστή κλίσης των ανεξάρτητων μεταβλητών. Ο έλεγχος υποθέτει στη μηδενική του υπόθεση πως ο συντελεστής κλίσης που μελετάτε κάθε φορά είναι ίσος με τον μηδέν, σε αντίθεση με την εναλλακτική που υποθέτει πως είναι διάφορος από το μηδέν.<sup>1,2</sup>

$H_0: \mathbf{b}_i = \mathbf{0}$ , ο συντελεστής δεν είναι στατιστικά σημαντικός

$H_1: \mathbf{b}_i \neq \mathbf{0}$ , ο συντελεστής είναι στατιστικά σημαντικός

Ο έλεγχος που πραγματοποιείται για να ελεγχθεί ποια από τις δύο υποθέσεις απορρίπτεται είναι ένας έλεγχος t:

$$t = \frac{b_i - \beta_i}{s_{b_i}}$$

Για να απορριφθεί η μηδενική ή η εναλλακτική υπόθεση πρέπει να συγκριθεί το αποτέλεσμα του τύπου t με την κρίσιμη τιμή κατανομής T ανάλογα με το επίπεδο σημαντικότητας και το μέγεθος του δείγματος. Αν η τιμή t είναι μεγαλύτερο από την κρίσιμη τιμή, τότε απορρίπτεται η πρόταση της μηδενικής υπόθεσης. Αντίθετα απορρίπτεται η πρόταση της εναλλακτικής υπόθεσης.<sup>1,1</sup>

### Έλεγχος σημαντικότητας του μοντέλου Πολλαπλής Γραμμικής Παλινδρόμησης (Έλεγχος F ανάλυσης διασπορών)

Ο έλεγχος εγκυρότητας του μοντέλου είναι ένας έλεγχος F. Για να υπολογίσουμε την τιμή F πρέπει να φτιάξουμε τον πίνακα ANOVA (Ανάλυση Διακυμάνσεων). Ο έλεγχος αυτός συνδυάζει τους ελέγχους όλων των συντελεστών κλίσης των ανεξάρτητων μεταβλητών σε ένα. Ελέγχει δηλαδή αν τουλάχιστον ένας από τους συντελεστές κλίσης  $b_i$  διαφέρει στατιστικά σημαντικά από το μηδέν.<sup>1,1</sup> Εδώ πρέπει να τονιστεί ότι να πραγματοποιήσουμε έναν έλεγχο F αντί να πραγματοποιήσουμε όλους τους επιμέρους ελέγχους t είναι προτιμότερο. Είναι προτιμότερο επειδή οι

πολλαπλοί έλεγχοι t αυξάνουν την πιθανότητα σφάλματος να υποθεθεί γραμμικότητα ενώ στην πραγματικότητα να μην υπάρχει. Αν δεν επιβεβαιωθεί η εγκυρότητα του ελέγχου μέσα από αυτόν τον έλεγχο οφείλουμε να εγκαταλείψουμε ή να βελτιώσουμε το μοντέλο. Επίσης ένα ακόμα πλεονέκτημα του ελέγχου F έναντι των ελέγχων t, σε ένα μοντέλο πολλαπλής παλινδρόμησης, είναι πως οι έλεγχοι t μπορεί να μη φανερώσουν ύπαρξη γραμμικής σχέσης μεταξύ δύο ανεξάρτητων μεταβλητών, με αποτέλεσμα να μην φανερώνεται εξ' αρχής το πρόβλημα της πολυσυγγραμικότητας. Αντίθετα ο έλεγχος F δεν επηρεάζεται.<sup>3.1</sup>

<b>Πίνακας ANOVA</b>				
	<b>Βαθμοί Ελευθερίας</b>	<b>Άθροισμα Τετραγώνων</b>	<b>Μέσα Τετράγωνα</b>	<b>Στοιχεία Ελέγχου</b>
<b>Παλινδρόμηση</b>	1	SSR	MSR	F=MSR/MSE
<b>Κατάλοιπα</b>	n-2	SSE	MSE	
<b>Σύνολο</b>	n-1	Μεταβλητότητα y		

### **Υπολογισμός και αξιολόγηση του συντελεστή προσδιορισμού (R Square)**

Ο συντελεστής προσδιορισμού, όπως και στην απλή παλινδρόμηση, είναι ένα κρίσιμο μέτρο ώστε να αντιληφθούμε πόσο καλά το μοντέλο ταιριάζει στα δεδομένα μας ως προς την ερμηνεία του. Παίρνει τιμές από 0 έως 1 και εκφράζεται και ως ποσοστό. Αφορά την αναλογία της εξηγήσιμης μεταβλητότητας από το μοντέλο ως προς την συνολική μεταβλητότητα. Μία υψηλή τιμή του συντελεστή προσδιορισμού, κοντά στη μονάδα, υποδηλώνει μεγάλο βαθμό ερμηνείας της μεταβλητότητας της εξαρτημένης μεταβλητής από τις ανεξάρτητες μεταβλητές.<sup>1.8</sup>

### **Υπολογισμός των Καταλοίπων (Residuals)**

Αφού έχουμε διαπιστώσει την αναλογία της ερμηνεύσιμης μεταβλητότητας ως προς την συνολική μεταβλητότητα, πρέπει να δούμε τι συμβαίνει με το ανερμήνευτο κομμάτι του μοντέλου, δηλαδή τα κατάλοιπα ή αλλιώς σφάλματα. Αν αφαιρέσουμε κάθε τιμή της εξαρτημένης μεταβλητής από την εκτίμηση της μεταβλητής σύμφωνα



με το μοντέλο, τότε έχουμε υπολογίσει τα κατάλοιπα. Η μελέτη της συμπεριφοράς των καταλοίπων είναι ένα κομμάτι της ανάλυσης παλινδρόμησης το οποίο μπορεί να μας δώσει πολλές πληροφορίες ως προς την εγκυρότητα, το πλεονέκτη ή το μειονέκτημα του μοντέλου μας.<sup>1,9</sup>

### **Έλεγχος Κανονικότητας των Καταλοίπων (Normality)**

Σύμφωνα με τις προϋποθέσεις της πολλαπλής παλινδρόμησης πρέπει να εξασφαλιστεί η κανονικότητα των καταλοίπων ώστε να είναι αξιόπιστα όλα τα παραπάνω. Θα πρέπει με οποιονδήποτε έλεγχο κανονικότητας να ελεγχθεί το κατά πόσο το διάνυσμα των καταλοίπων ακολουθεί την κανονική κατανομή. Αν έχουμε μη κανονικότητα στα κατάλοιπα θα πρέπει να διερευνηθεί γιατί μπορεί να συμβαίνει αυτό. Ενδεχομένως να είναι αρκετά μικρό το δείγμα ή να υπάρχουν πολλές ακραίες τιμές οι οποίες ενδεχομένως να πρέπει να αφαιρεθούν, αν αυτό το επιτρέπει η μελέτη.<sup>2,1</sup>

### **Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης των Καταλοίπων (Autocorrelation)**

Ένας ακόμα έλεγχος που πρέπει να πραγματοποιηθεί για τα κατάλοιπα, είναι ο έλεγχος αυτοσυσχέτισης. Η μη ύπαρξη αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα εξασφαλίζει τη τυχαία διασπορά τους. Αν υπάρχει το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης ενδεχομένως κάποιος παράγοντας να κάνει τα κατάλοιπα να «φέρονται» με παρόμοιο τρόπο, και αυτός ο παράγοντας να μην έχει συμπεριληφθεί στο μοντέλο.<sup>1,9</sup>

### **Έλεγχος ύπαρξης Πολυσυγγραμμικότητας (Multicollinear)**

Η πολυσυγγραμμικότητα είναι ένα φαινόμενο που παρατηρείται όταν οι ανεξάρτητες μεταβλητές ενός μοντέλου πολλαπλής παλινδρόμησης έχουν γραμμική συσχέτιση μεταξύ τους. Το πρόβλημα της πολυσυγγραμμικότητας έχει δύο αρνητικές συνέπειες:

- Οι συντελεστές κλίσης των μεταβλητών που συσχετίζονται γραμμικά εμφανίζουν μεγάλη μεταβλητότητα και άρα είναι κακοί εκτιμητές της παραμέτρου.

- Κατά τον έλεγχο των συντελεστών κλίσης με τους ελέγχους t αυτοί εμφανίζουν μικρές τιμές και ενδεχομένως οδηγήσουν σφαλμένα στο συμπέρασμα πως δεν υπάρχει ισχυρή γραμμική συσχέτιση ενώ στην πραγματικότητα υπάρχει.

Παρόλα αυτά, όπως αναφέρθηκε και παραπάνω, η πολυσυγγραμμικότητα δεν επηρεάζει το αποτέλεσμα του ελέγχου F της ανάλυσης διασποράς.<sup>1.10</sup>

Η ένταση των γραμμικών σχέσεων ανάμεσα στις ανεξάρτητες μεταβλητές μετριέται με ένα μέτρο που καλείται ανοχή (tolerance). Ανοχή είναι το ποσοστό που η κάθε ανεξάρτητη μεταβλητή **δεν** ερμηνεύεται από τις γραμμικές συσχετίσεις της με τις υπόλοιπες. Η ανοχή παίρνει τιμές από 0 έως 1 και όσο κοντότερα είναι η τιμή της στη μονάδα τόσο μικρότερο είναι η πολυσυγγραμμικότητα στα δεδομένα.<sup>1.1</sup>

## **2. ΠΡΑΚΤΙΚΗ ΕΦΑΡΜΟΓΗ ΑΝΑΛΥΣΗΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ ΚΑΙ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ**

### **2.1 Οικονομικά Δεδομένα**

Για την εκπόνηση της παρούσας πτυχιακής συλλέχθηκαν πραγματικά οικονομικά μεγέθη που αφορούν την ελληνική οικονομία. Οι μεταβλητές που θα μελετηθούν είναι το ποσοστό αποταμίευσης στην Ελλάδα, ο ρυθμός ανάπτυξης ως ποσοστό του ΑΕΠ της Ελλάδας και ο Δείκτης Τιμών Καταναλωτή της Ελλάδας. Τα δεδομένα αφορούν την ετήσια καταγραφή των τιμών των παραπάνω μεταβλητών από το 1991 έως το 2014 (24 έτη). Συνεπώς, κάθε μεταβλητή έχει μέγεθος ίσο με το 24. Πηγή των οικονομικών αυτών στοιχείων είναι η ιστοσελίδα της Παγκόσμιας Τράπεζας.

### **2.2 Μεθοδολογία**

Στόχος της παρούσας εργασίας είναι να προσεγγίσουμε ένα πραγματικό οικονομικό πρόβλημα με τη χρήση ενός μοντέλου πολλαπλής παλινδρόμησης. Θα είχε ενδιαφέρον, τόσο για τις τράπεζες, το εμπόριο αλλά και την κυβέρνηση να μπορεί να προβλέψει το ποσοστό των αποταμιεύσεων γνωρίζοντας κάποιες τιμές του ρυθμού ανάπτυξης της χώρας και του δείκτη τιμών καταναλωτή. Υπάρχουν ενδείξεις από τη διεθνή βιβλιογραφία της ύπαρξης συσχέτισης ανάμεσα στις τρεις αυτές μεταβλητές. Εφόσον αυτό αποδειχτεί και για τα δεδομένα της παρούσας εργασίας, θα είμαστε σε θέση να εξετάσουμε τη γραμμική σχέση ανάμεσα στις τρεις αυτές μεταβλητές μέσα από δύο μοντέλα απλής γραμμικής παλινδρόμησης και ένα μοντέλο πολλαπλής παλινδρόμησης. Εξαρτημένη μεταβλητή και στα τρία μοντέλα είναι το ποσοστό αποταμίευσης στην Ελλάδα. Ανεξάρτητες μεταβλητές, τόσο η κάθε μία από μόνη της στα δύο μοντέλα απλής παλινδρόμησης, όσο και μαζί στο μοντέλο πολλαπλής παλινδρόμησης είναι ο ρυθμός ανάπτυξης της χώρας και ο Δείκτης Τιμών Καταναλωτή. Η ανάλυση έγινε με τη χρήση του στατιστικού πακέτου IBM SPSS Statistics 23.

### **Ρυθμός ανάπτυξης του Ακαθάριστου Εγχώριου Προϊόντος**

Για την παραγωγή του προϊόντος εντός κάποιου συγκεκριμένου χρονικού πλαισίου αναλώνεται μέρος του κεφαλαίου που υπάρχει στην οικονομία. Έτσι, μπορεί να οριστεί η έννοια της απόσβεσης (depreciation). Για το λόγο ότι η απόσβεση αποτελεί

ανάλωση αποθέματος, αφαιρείται από την αξία του τελικού προϊόντος και εμφανίζεται με αυτόν τον τρόπο η αξία της καθαρής παραγωγής κατά τη διάρκεια μιας χρονικής περιόδου. Επομένως, το προϊόν που περιέχει την αξία της απόσβεσης ονομάζεται ακαθάριστο εγχώριο προϊόν, ΑΕΠ (gross domestic product ή GDP).

Η παραγωγή μιας χρονικής περιόδου αντιπροσωπεύεται από το καθαρό εγχώριο προϊόν. Παρ' όλα αυτά όμως είναι δύσκολο να υπολογιστεί με ακρίβεια η απόσβεση, ειδικά αν ληφθεί υπόψη πως το ύψος της βρίσκεται συχνά σε μια ορισμένη σχέση με το ύψος του προϊόντος, έτσι χρησιμοποιείται συνήθως το ακαθάριστο εγχώριο προϊόν ως μέτρο της απόδοσης της οικονομίας.<sup>1.4</sup>

### **Δείκτης Τιμών Καταναλωτή**

Ο δείκτης τιμών καταναλωτή δείχνει τη μεταβολή των τιμών μιας προκαθορισμένης μεγάλης δέσμης αγαθών και υπηρεσιών που έχει βρεθεί από προηγούμενη έρευνα ότι αγοράζονται από τα νοικοκυριά. Η δέσμη αυτή θεωρείται το αποκαλούμενο καλάθι του καταναλωτή και περιλαμβάνει τα αγαθά και τις υπηρεσίες, τα οποία αγοράζει το μέσο νοικοκυριό. Με βάση τα αποτελέσματα της έρευνας οικογενειακών προϋπολογισμών, όπου στη χώρα μας πραγματοποιείται κάθε έξι χρόνια, βρίσκονται οι δαπάνες των νοικοκυριών για τα διάφορα προϊόντα και υπολογίζονται με αυτόν τον τρόπο οι συντελεστές στάθμισης γι' αυτά. Χάρη στους συντελεστές στάθμισης και μεταβολών των τιμών των επιμέρους προϊόντων μπορούν να υπολογιστούν η μέση μεταβολή των τιμών και ο δείκτης τιμών καταναλωτή.<sup>1.14</sup>

### **Ποσοστό αποταμίευσης**

Το μερίδιο του τρέχοντος εισοδήματος μιας οικονομικής μονάδας, το οποίο δεν δαπανάται για την κάλυψη των τρεχουσών αναγκών της ονομάζεται αποταμίευση. Ο ρυθμός αποταμίευσης μιας οικονομικής μονάδας είναι ο λόγος των αποταμιεύσεων της προς το εισόδημα της. Από μακροοικονομική άποψη, τρεις σημαντικοί τομείς της αποταμίευσης είναι η ιδιωτική αποταμίευση, η δημόσια αποταμίευση και η εθνική αποταμίευση.

#### **1. ΙΔΙΩΤΙΚΗ ΑΠΟΤΑΜΙΕΥΣΗ**

Η ιδιωτική αποταμίευση είναι ίση με τη διαφορά του ιδιωτικού διαθέσιμου εισοδήματος μείον την κατανάλωση, γιατί η κατανάλωση αφορά τις δαπάνες του ιδιωτικού τομέα για την διεκπεραίωση των τρεχουσών αναγκών του.

Ο συγκεκριμένος τομέας αποταμίευσης χρησιμοποιείται για την χρηματοδότηση νέων κεφαλαιακών επενδύσεων, για την κάλυψη δημοσιονομικών ελλειμμάτων και για την απόκτηση περιουσιακών στοιχείων από άλλες χώρες ή για την έκδοση δανείων σε αυτές.

## 2. ΔΗΜΟΣΙΑ ΑΠΟΤΑΜΙΕΥΣΗ

Η δημόσια αποταμίευση είναι η διαφορά του καθαρού δημόσιου εισοδήματος μείον τη δημόσια κατανάλωση.

## 3. ΕΘΝΙΚΗ ΑΠΟΤΑΜΙΕΥΣΗ

Η εθνική αποταμίευση είναι ίση με το άθροισμα της ιδιωτικής αποταμίευσης συν τη δημόσια αποταμίευση.

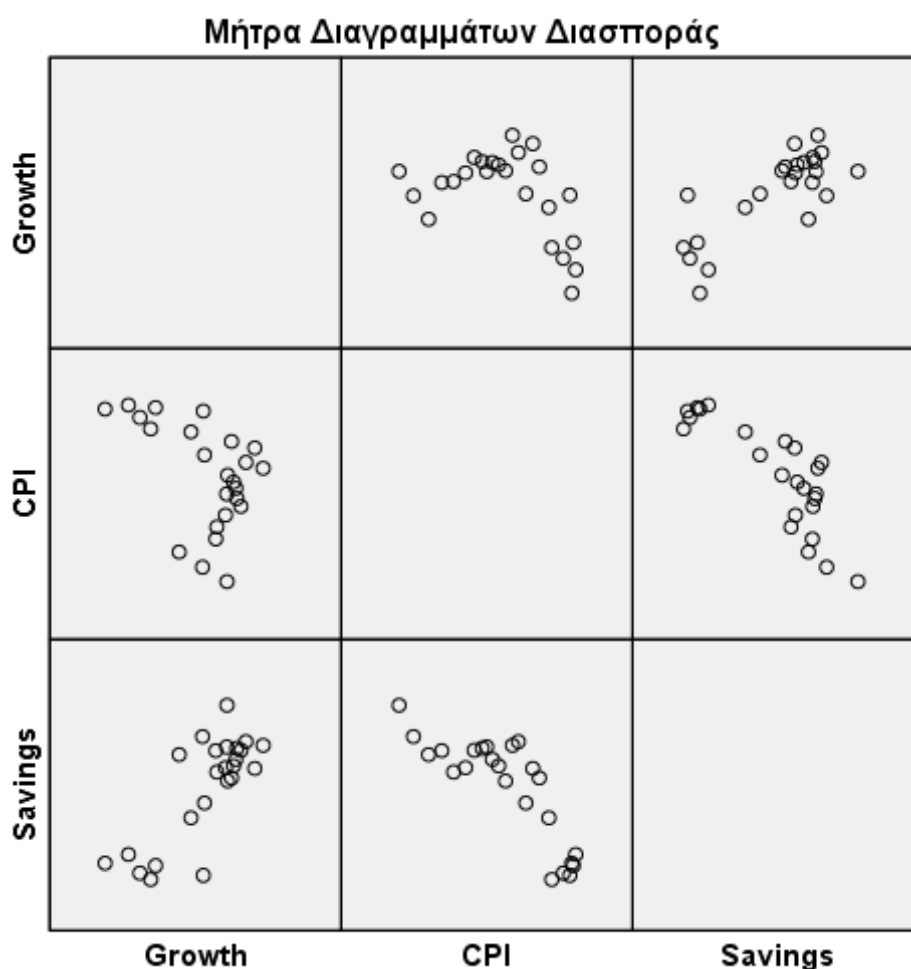
Η χρήση αυτής της αποταμίευσης είναι διπλή. Αρχικά, με επενδύσεις καθίσταται δυνατή η αύξηση του εγχώριου φυσικού κεφαλαίου και τέλος, γίνεται αύξηση στο απόθεμα των καθαρών ξένων περιουσιακών στοιχείων, με τη βοήθεια της εκχώρησης δανείων σε αλλοδαπούς ή της απόκτησης περιουσιακών στοιχείων στο εξωτερικό, σε ποσότητα, η οποία ισούται με το ισοζύγιο τρεχουσών συναλλαγών.<sup>3.2</sup>

Στην ανάλυση το ποσοστό αποταμίευσης στην Ελλάδα ως μεταβλητή αναπαριστάται με την ονομασία Savings, ο Δείκτης Τιμών Καταναλωτή με την ονομασία CPI (Consumer Price Index) και ο ρυθμός ανάπτυξης της χώρας εκφρασμένος σε ποσοστό του ΑΕΠ με την ονομασία Growth.

## 2.3 ΑΝΑΛΥΣΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΣΥΣΧΕΤΙΣΗΣ

### 2.3.1 Δημιουργία Scatter Plots

Έχοντας καταχωρήσει στο στατιστικό πακέτο τα πραγματικά δεδομένα που αφορούν μεγέθη της οικονομίας της Ελλάδας από το 1991 έως το 2014, αναζητούμε αρχικά ανάμεσα σε ποιες μεταβλητές υπάρχουν ισχυρές γραμμικές συσχετίσεις. Φτιάχνοντας τα διαγράμματα διασπορών παίρνουμε τις πρώτες ενδείξεις για την ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης ανάμεσα στις μεταβλητές.



Διάγραμμα 5 Μήτρα διαγραμμάτων διασπορών (Scatter Plots)

Παρατηρώντας το διάγραμμα παρατηρούμε μία ένδειξη για ισχυρή θετική συσχέτιση ανάμεσα στη μεταβλητή Savings και την μεταβλητή Growth. Το ποσοστό των αποταμιεύσεων στην Ελλάδα συσχετίζεται θετικά με την ανάπτυξη της οικονομίας της χώρας. Επίσης παρατηρούμε μία ένδειξη αρνητικής γραμμικής συσχέτισης ανάμεσα στις μεταβλητές Savings και CPI. Το ποσοστό της αποταμίευσης

συσχετίζεται αρνητικά με τον Δείκτη Αγοράς των Καταναλωτών. Δεν είναι τόσο ισχυρή η ένδειξη γραμμικής συσχέτισης ανάμεσα στις μεταβλητές Growth και CPI.<sup>1,3</sup>

### 2.3.2 Υπολογισμός Συντελεστών Συσχέτισης

Πριν υπολογίσουμε τους συντελεστές συσχέτισης ανάμεσα στις τρεις μεταβλητές σε ζεύγη είναι κρίσιμο να δούμε αν οι τιμές των τριών μεταβλητών κατανέμονται κανονικά. Είναι κρίσιμοι αυτοί οι έλεγχοι καθώς θα υποδείξουν αν ο κατάλληλος συντελεστής συσχέτισης είναι αυτός του Pearson ή ο συντελεστής συσχέτισης του Spearman (Μη παραμετρικός Συντελεστής Συσχέτισης).

#### Έλεγχοι Κανονικότητας

	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Growth	,179	24	,045	,900	24	,022
CPI	,091	24	,200*	,951	24	,287
Savings	,217	24	,005	,865	24	,004

Πίνακας 2 Έλεγχος Κανονικότητας των μεταβλητών

Σύμφωνα με τον πίνακα των ελέγχων κανονικότητας (Πίνακας 2), παρατηρούμε ότι δύο από τις τρεις μεταβλητές δεν ακολουθούν την κανονική κατανομή σε επίπεδο σημαντικότητα 0.05. Τόσο για τον έλεγχο Kolmogorov-Smirnov όσο και για τον έλεγχο Shapiro-Wilk, η μηδενική τους υπόθεση ( $H_0$ ), η οποία ορίζει την κανονικότητα των μεταβλητών, απορρίπτονται. Συνεπώς, εφόσον δύο από τις τρεις μεταβλητές δεν ακολουθούν κανονική κατανομή θα ήταν προτιμότερο να υπολογιστεί ο μη παραμετρικός συντελεστής γραμμικής συσχέτισης του Spearman.

#### Συντελεστές Συσχέτισης (Spearman)

			Growth	CPI	Savings
<b>Spearman's rho</b>	Growth	Correlation Coefficient	1,000	-,385	,633**
		Sig. (2-tailed)	.	,063	,001
		N	24	24	24
	CPI	Correlation Coefficient	-,385	1,000	-,787**
		Sig. (2-tailed)	,063	.	,000
		N	24	24	24
	Savings	Correlation Coefficient	,633**	-,787**	1,000
		Sig. (2-tailed)	,001	,000	.
		N	24	24	24

Πίνακας 3 Πίνακας συσχετίσεων ανάμεσα στις 3 μεταβλητές

Στον πίνακα των συντελεστών γραμμικής συσχέτισης του Spearman (Πίνακας 3) επιβεβαιώνεται η ισχυρή θετική γραμμική συσχέτιση ανάμεσα στη μεταβλητή που αφορά την αποταμίευση (Savings) και την μεταβλητή της ανάπτυξης (Growth). Ο συντελεστής ανάμεσα στις δύο αυτές μεταβλητές είναι 0,633. Επίσης, ο συντελεστής ανάμεσα στη μεταβλητή που αφορά την αποταμίευση συσχετίζεται ισχυρά αρνητικά με την μεταβλητή του δείκτη τιμών καταναλωτών. Η τιμή του συντελεστή Spearman ανάμεσα στις δύο αυτές μεταβλητές είναι ίση με -0,787. Και οι δύο συντελεστές είναι στατιστικά σημαντικοί σε επίπεδο σημαντικότητα 0,05. Αντίθετα δεν εμφανίζεται στατιστικά σημαντικός ο συντελεστής ανάμεσα στις μεταβλητές που αφορούν την ανάπτυξη και τον δείκτη τιμών των καταναλωτών.

Πραγματοποιώντας την παραπάνω ανάλυση συσχέτισης, είμαστε σε θέση να αντιληφθούμε πως θα ήταν χρήσιμη η μελέτη των παραπάνω μέσω της ανάλυσης γραμμικής παλινδρόμησης. Θα είχε έντονο ερευνητικό ενδιαφέρον το να δούμε τον βαθμό που μπορούμε να προβλέψουμε τιμές του ποσοστού αποταμιεύσεων στην Ελλάδα εξετάζοντας την ρυθμό ανάπτυξης της χώρας και το δείκτη τιμών των καταναλωτών. Θα εκτελεστούν δύο επιμέρους απλές γραμμικές παλινδρομήσεις με εξαρτημένη μεταβλητή το ποσοστό των αποταμιεύσεων και ανεξάρτητη στη πρώτη γραμμική παλινδρόμηση τον ρυθμό ανάπτυξης, ενώ στη δεύτερη το δείκτη τιμών του καταναλωτή. Έπειτα θα εκτελεστεί ένα πολλαπλό μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης ώστε να δούμε τον προσδιορισμό της εξαρτημένης μεταβλητής από το συνδυασμό των δύο ανεξάρτητων μεταβλητών ταυτόχρονα.<sup>1,3</sup>



## 2.4 ΑΝΑΛΥΣΗ ΓΡΑΜΜΙΚΗΣ ΠΑΛΙΝΔΡΟΜΗΣΗΣ

### 2.4.1 1<sup>ο</sup> Μοντέλο Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης (Savings ~ Growth)

#### Ορισμός Εξαρτημένης και Ανεξάρτητης μεταβλητής

##### Variables Entered/Removed<sup>a</sup>

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
	1	<b>Growth<sup>b</sup></b>	

a. Dependent Variable: **Savings**

b. All requested variables entered.

Πίνακας 4 Μεταβλητές του 1ου μοντέλου

Ορίσαμε στο μοντέλο μας ως εξαρτημένη μεταβλητή το ποσοστό των αποταμιεύσεων στην Ελλάδα (Savings) και ως ανεξάρτητη μεταβλητή το ρυθμό ανάπτυξης της χώρας (Growth). Στόχος του μοντέλου είναι να εκτιμήσουμε το ποσοστό προσδιορισμού της εξαρτημένης μεταβλητής από μεταβολές της ανεξάρτητης μεταβλητής.<sup>1,3</sup>

#### Υπολογισμός Συντελεστών Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης

Model	Unstandardized Coefficients		
	B	Std. Error	
1	<b>(Constant)</b>	,129	,004
	<b>Growth</b>	,616	,102

Πίνακας 5 Συντελεστές Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης

Ο σταθερός όρος της εξίσωσης απλής γραμμικής παλινδρόμησης είναι ίσος με  $b_0=0,129$  ενώ ο συντελεστής κλίσης της ανεξάρτητης μεταβλητής Growth είναι  $b_1=0,616$ . Η τυπική απόκλιση για τον συντελεστή σταθερού όρου είναι 0,004 ενώ για τον συντελεστή κλίσης της ανεξάρτητης μεταβλητής 0,102 (Πίνακας 5).<sup>1,3</sup>

### Έλεγχος Στατιστικής Σημαντικότητας του Συντελεστή Κλίσης b1

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	T	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	,129	,004		30,282	,000
	Growth	,616	,102	,788	6,012	,000

Πίνακας 6 Έλεγχοι T για τη σημαντικότητα των συντελεστών

Στον Πίνακα 6 παρατηρείται πως τόσο ο σταθερός όρος όσο και ο συντελεστής κλίσης της ανεξάρτητης μεταβλητής Growth είναι στατιστικά σημαντικά διάφοροι από το μηδέν. Οι p-values και για τους δύο συντελεστές είναι μικρότερες από το 0,05, συνεπώς οι μηδενικές υποθέσεις των ελέγχων t απορρίπτονται. Άρα και ο  $b_0 \neq 0$  και ο  $b_1 \neq 0$ . Το θετικό πρόσημο του συντελεστή κλίσης επιβεβαιώνει την ισχυρή θετική συσχέτιση ανάμεσα στην εξαρτημένη με την ανεξάρτητη μεταβλητή του μοντέλου.<sup>1,3</sup>

### Εξίσωση Ευθείας Γραμμικής Παλινδρόμησης

$$Savings = 0,129 + 0,616 * Growth$$

Εφόσον υπολογίσαμε τους συντελεστές της απλής γραμμικής παλινδρόμησης και αποδείξαμε ότι είναι διάφοροι του μηδενός μπορούμε να καταγράψουμε την εξίσωση ευθείας γραμμικής παλινδρόμησης. Η εξαρτημένη μεταβλητή Savings περιγράφεται από μία εξίσωση ευθείας θετικής κλίσης με σταθερό όρο το 0,129.<sup>1,3</sup>

### Υπολογισμός Διαστημάτων Εμπιστοσύνης των Συντελεστών της Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης

Model		Unstandardized Coefficients		95,0% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	,129	,004	,121	,138
	Growth	,616	,102	,404	,829

Πίνακας 7 Διαστήματα Εμπιστοσύνης Συντελεστών

Ο συντελεστής σταθερού όρου μπορεί να πάρει τιμές από 0,121 έως 0,138 σύμφωνα με το 95% διάστημα εμπιστοσύνης. Αντίστοιχα, η κλίση της ευθείας απλής παλινδρόμησης μπορεί να πάρει τιμές από 0,404 έως 0,829 (Πίνακας 7).<sup>1,3</sup>

### Υπολογισμός και Αξιολόγηση του Συντελεστή Προσδιορισμού R<sup>2</sup>

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,788 <sup>a</sup>	,622	,604	,0202996

Πίνακας 8 Συντελεστής Προσδιορισμού

Το 62% περίπου της μεταβλητότητας της εξαρτημένης μεταβλητής, που αφορά την αποταμίευση, οφείλεται στην μεταβλητότητα του ρυθμού ανάπτυξης της χώρας. Ο προσαρμοσμένος συντελεστής προσδιορισμού είναι ίσος με 0,604 (Πίνακας 8).<sup>1,3</sup>

### Έλεγχος Στατιστικής Σημαντικότητας της Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης

#### ANOVA<sup>a</sup>

Model		Sum of Squares	Df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	,015	1	,015	36,140	,000 <sup>b</sup>
	Residual	,009	22	,000		
	Total	,024	23			

Πίνακας 9 Έλεγχος σημαντικότητας του μοντέλου

Στον Πίνακας 9 παρατηρούμε τη στατιστική σημαντικότητα του μοντέλου απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Η απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης του ελέγχου F υποδηλώνει τη σημαντικότητα του μοντέλου. Στη προκειμένη περίπτωση η p-value του ελέγχου είναι μικρότερη από 0,05 και συνεπώς απορρίπτεται η μηδενική υπόθεση. Συνεπώς εξασφαλίζεται η σημαντικότητα του μοντέλου σε βαθμό εμπιστοσύνης 95%.<sup>1,3</sup>

### Προβλέψεις και Κατάλοιπα

#### Residuals Statistics<sup>a</sup>

	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	N
Predicted Value	,074891	,170393	,135825	,0254460	24
Residual	-,0522256	,0378183	,0000000	,0198534	24
Std. Predicted Value	-2,395	1,358	,000	1,000	24
Std. Residual	-2,573	1,863	,000	,978	24

Η μικρότερη παρατήρηση των προβλέψεων είναι 0,075 περίπου ενώ η μεγαλύτερη 0,17. Ο μέσος όρος των προβλέψεων είναι 0,14 περίπου ενώ η τυπική απόκλισή τους είναι 0,025. Τα κατάλοιπα που υπολογίστηκαν είχαν τυπική απόκλιση περίπου 0,02 ενώ η μικρότερή τους τιμή είναι -0,05 και η μεγαλύτερη 0,038.<sup>1,3</sup>

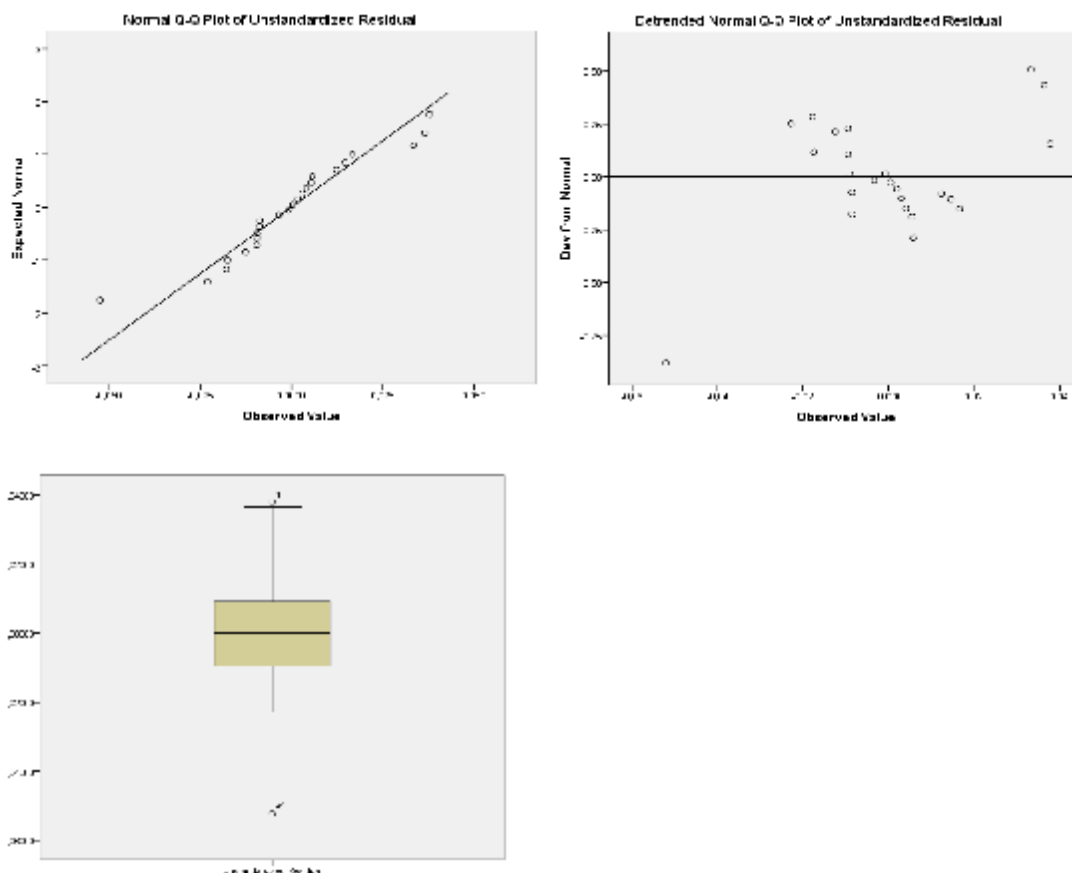
## Έλεγχος Κανονικότητας των Καταλοίπων

### Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Statistic	Df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Unstandardized Residual	,135	24	,200 <sup>*</sup>	,946	24	,216

Πίνακας 10 Έλεγχος κανονικότητας καταλοίπων

Σύμφωνα με τον Πίνακα 10 τα κατάλοιπα φαίνεται ότι κατανέμονται κανονικά. Η p-value και του ελέγχου Kolmogorov-Smirnov και του ελέγχου Shapiro-Wilk είναι μεγαλύτερες από 0,05. Συνεπώς δεν υπάρχουν στοιχεία ώστε να απορρίψουμε τις μηδενικές υποθέσεις των δύο ελέγχων οι οποίες ορίζουν κανονικότητα. Συνεπώς, εφόσον δεν μπορούμε να απορρίψουμε την μηδενική του υπόθεση, αποδεχόμαστε την κανονικότητα στα κατάλοιπα.<sup>1,3</sup>

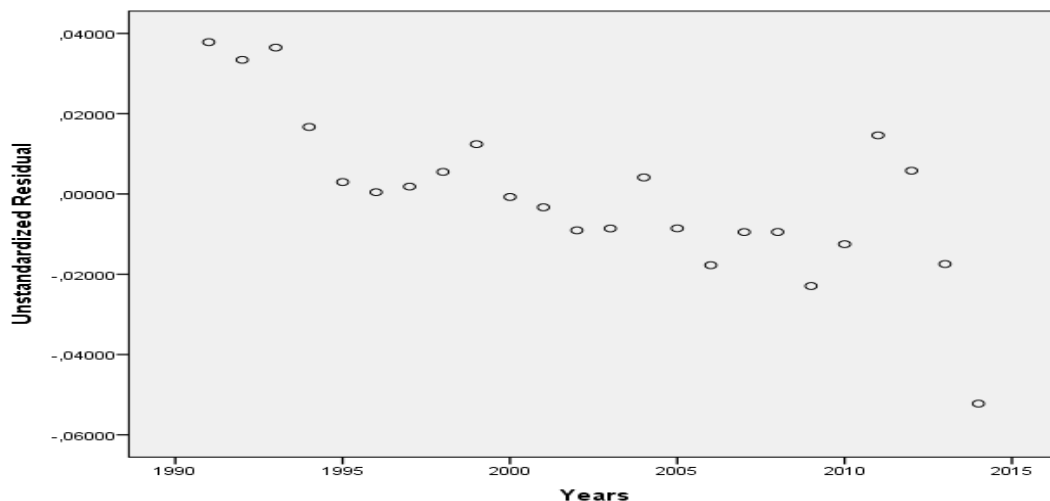


## Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης των Καταλοίπων

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	,788 <sup>a</sup>	,622	,604	,0202996	,465

Πίνακας 11 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης - Durbin\_Watson

Σύμφωνα με τη τιμή του ελέγχου Durbin-Watson που φαίνεται στον Πίνακας 11 συμπεραίνουμε πως υπάρχει αυτοσυσχέτιση πρώτης τάξης στα κατάλοιπα του μοντέλου απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Αυτό είναι το συχνότερο φαινόμενο σε πραγματικά οικονομικά δεδομένα και κυρίως όταν αυτά αφορούν χρονοσειρές. Η ύπαρξη αυτοσυσχέτισης υποδεικνύει μία ιδιαίτερη προσοχή στην αξιοπιστία των ευρημάτων του μοντέλου απλής γραμμικής παλινδρόμησης. Ίσως η ύπαρξη άλλων παραγόντων που δεν έχουν συμπεριληφθεί στο μοντέλο ακόμα να δημιουργεί αυτό το πρόβλημα ύπαρξης αυτοσυσχέτισης.<sup>1,3</sup>



Διάγραμμα 6 Χρονοσειρά των καταλοίπων

Στο Διάγραμμα 6 φαίνεται η διασπορά των καταλοίπων σε σχέση με τα έτη.

## 2.4.2 2<sup>ο</sup> Μοντέλο Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης (Savings ~ CPI)

Στο δεύτερο μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης μελετάται ο βαθμός ερμηνείας της εξαρτημένης μεταβλητής του ποσοστού αποταμίευσης από την ανεξάρτητη μεταβλητή του Δείκτη Τιμών Καταναλωτών. Θα είχε ενδιαφέρον για αρκετούς στους οικονομικούς κύκλους να μπορούν να προβλέψουν σε ένα βαθμό το ποσοστό των αποταμιεύσεων μελετώντας στοιχεία που αφορούν την εξέλιξη του Δείκτη Τιμών Καταναλωτή. Όπως είδαμε και παραπάνω στην ανάλυση συσχέτισης, μεταξύ των δύο αυτών μεταβλητών υπάρχει στατιστικά σημαντική αρνητική συσχέτιση. Ο συντελεστής συσχέτισης του Spearman ανάμεσα σε αυτές τις δύο μεταβλητές είναι -0,79 περίπου. Η ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης έδωσε το πρώτο ισχυρό κίνητρο για να πραγματοποιηθεί ανάλυση γραμμικής παλινδρόμησης για τις δύο αυτές μεταβλητές.

### Ορισμός Εξαρτημένης και Ανεξάρτητης μεταβλητής

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	<b>CPI<sup>b</sup></b>	.	Enter

a. Dependent Variable: **Savings**

b. All requested variables entered.

Ορίσαμε ως εξαρτημένη μεταβλητή στο μοντέλο μας το ποσοστό αποταμίευσης στην Ελλάδα (Savings) ενώ ως ανεξάρτητη μεταβλητή τη πορεία του Δείκτη Τιμών Καταναλωτή.<sup>1.1</sup>

### Υπολογισμός Συντελεστών Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης

Model		Unstandardized Coefficients	
		B	Std. Error
1	(Constant)	,236	,015
	CPI	-,001	,000

Ο σταθερός όρος της ευθείας απλής παλινδρόμησης είναι το 0,236 ενώ ο συντελεστής κλίσης της ανεξάρτητης μεταβλητής είναι ίσος με -0,001. Η τυπική απόκλιση για τον σταθερό όρο είναι ίση με 0,015 ενώ η τυπική απόκλιση για τον συντελεστή κλίσης

θεωρείται σχεδόν ίση με το μηδέν. Το πρόσημο του συντελεστή κλίσης ταυτίζεται με το πρόσημο του συντελεστή συσχέτισης.<sup>1,3</sup>

### Έλεγχος Στατιστικής Σημαντικότητας του Συντελεστή Κλίσης b1

Model		Unstandardized Coefficients		Standardized Coefficients	t	Sig.
		B	Std. Error	Beta		
1	(Constant)	,236	,015		15,959	,000
	CPI	-,001	,000	-,831	-6,996	,000

Στη στήλη Sig. του πίνακα... παρατηρούμε τη p-value σύμφωνα με την οποία συμπεραίνουμε αν οι συντελεστές είναι στατιστικά σημαντικά διάφοροι από το μηδέν. Τόσο για τον συντελεστή του σταθερού όρου, όσο και για το συντελεστή της κλίσης η p-value είναι μικρότερη από 0,05. Συνεπώς αποδεχόμαστε την ύπαρξη και των δύο συντελεστών ως στατιστικά διάφορους από το μηδέν.<sup>1,3</sup>

### Εξίσωση Ευθείας Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης

$$Savings = 0,236 - 0,001 * CPI$$

Η εξίσωση ευθείας που περιγράφει καλύτερα το μοντέλο είναι αυτή με σταθερό όρο το 0,236 και αρνητική κλίση ευθείας ίση με -0,001.<sup>1,1</sup>

### Υπολογισμός Διαστημάτων Εμπιστοσύνης για τους Συντελεστές Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης

Model		Unstandardized Coefficients		95,0% Confidence Interval for B	
		B	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
1	(Constant)	,236	,015	,205	,266
	CPI	-,001	,000	-,002	-,001

Ο συντελεστής του σταθερού όρου μπορεί να πάρει τιμές από 0,205 έως 0,266 ενώ ο συντελεστής κλίσης της ανεξάρτητης μεταβλητής μπορεί να πάρει αρνητικές τιμές από -0,002 έως -0,001.<sup>1,3</sup>

## Υπολογισμός και Αξιολόγηση του Συντελεστή Προσδιορισμού R<sup>2</sup>

Model	R	R Square	Adjusted R Square
1	,831 <sup>a</sup>	,690	,676

Το 69% της μεταβλητότητας της εξαρτημένης μεταβλητής ερμηνεύεται από τη μεταβλητότητα της ανεξάρτητης μεταβλητής. Το υπόλοιπο 31% είναι ένα το ανερμήνευτο κομμάτι της μεταβλητότητας της εξαρτημένης μεταβλητής. Ο συντελεστής αυτός, όπως και του προηγούμενου μοντέλου είναι αρκετά καλός αν αναλογιστούμε τη πολυπλοκότητα των οικονομικών μεγεθών που σχετίζονται με την αποταμίευση, όπως το ύψος των επιτοκίων, η ζήτηση και η προσφορά χρήματος, το ύψος των εισοδημάτων κλπ.<sup>1,3</sup>

## Έλεγχος Στατιστικής Σημαντικότητας της Απλής Γραμμικής Παλινδρόμησης

Model		Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1	Regression	,017	1	,017	48,939	,000 <sup>b</sup>
	Residual	,007	22	,000		
	Total	,024	23			

Και στο δεύτερο μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης βλέπουμε ότι απορρίπτεται ο έλεγχος διακύμανσης F. Συνεπώς το μοντέλο θεωρείται στατιστικά σημαντικό και είχε νόημα η γραμμική παλινδρόμηση που ορίστηκε. Ο έλεγχος απορρίπτεται καθώς στη στήλη Sig. βλέπουμε μία τιμή σίγουρα μικρότερη από 0,05. Συνεπώς ο έλεγχος δέχεται τη πρόσθετη πληροφορία που δίνει η ανεξάρτητη μεταβλητή στην εξαρτημένη.<sup>1,2</sup>

## Προβλέψεις και Κατάλοιπα

	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	N
Predicted Value	,100022	,189742	,135825	,0268070	24
Residual	-,0326661	,0349738	,0000000	,0179734	24
Std. Predicted Value	-1,336	2,011	,000	1,000	24
Std. Residual	-1,778	1,903	,000	,978	24



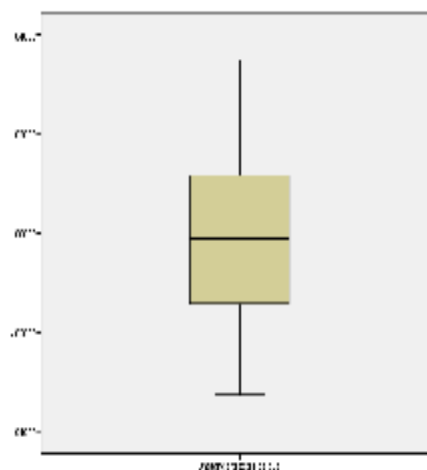
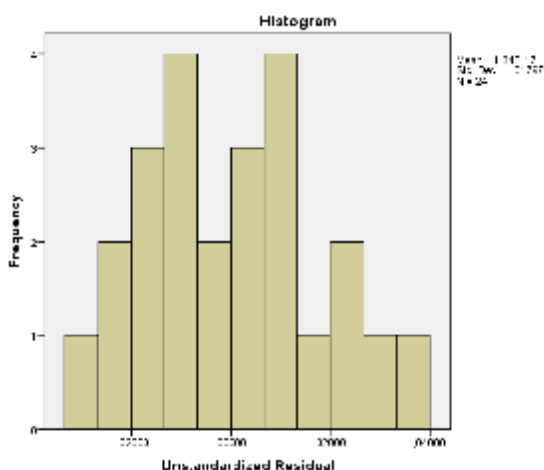
Η προβλεπόμενες από το μοντέλο τιμές για την εξαρτημένη τιμή έχουν μέσο όρο ίσο με 0,14 περίπου ενώ η μικρότερη τιμή είναι 0,10 και η μεγαλύτερη 0,19. Η τυπική απόκλιση των προβλεπόμενων τιμών για την εξαρτημένη είναι ίση με 0,03 περίπου. Η μικρότερη τιμή για τα κατάλοιπα είναι ίση με -0,03 περίπου, ενώ η μεγαλύτερη ίση με 0,04. Η τυπική απόκλιση για τις τιμές των καταλοίπων είναι 0,02 περίπου.<sup>1,3</sup>

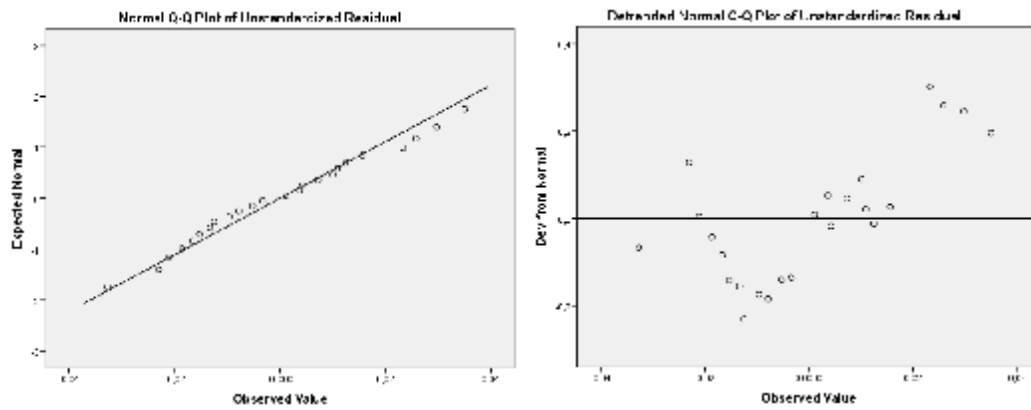
### Έλεγχος Κανονικότητας των Καταλοίπων

#### Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Unstandardized Residual	,090	24	,200 <sup>*</sup>	,977	24	,832

Τα κατάλοιπά φαίνεται από τους ελέγχους Kolmogorov-Smirnov και Shapiro-Wilk πως κατανέμονται κανονικά. Η μηδενική υπόθεση και των αυτών ελέγχων ορίζουν την κανονικότητα του δείγματος. Εμείς σύμφωνα με το αποτέλεσμα των ελέγχων δεν έχουμε επαρκή στατιστικά στοιχεία ώστε να απορρίψουμε την μηδενική υπόθεση, συνεπώς αποδεχόμαστε την κανονικότητα των καταλοίπων.<sup>1,3</sup>



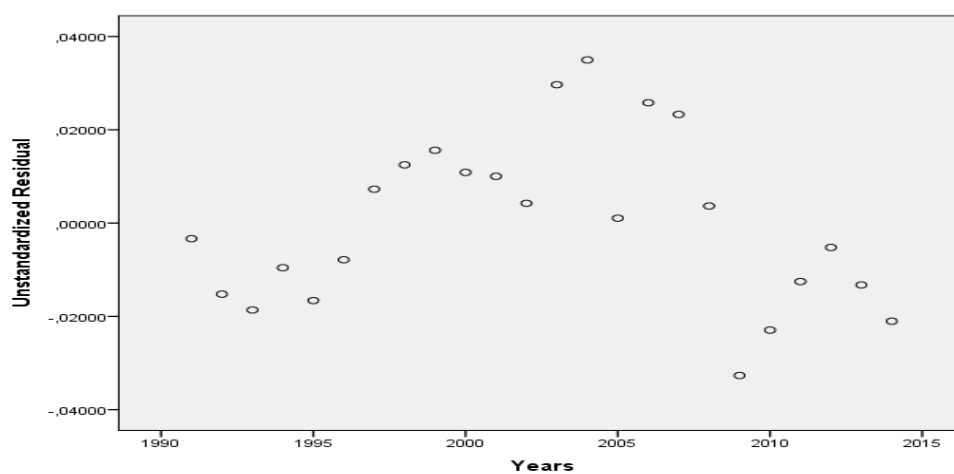


Στα παραπάνω διαγράμματα παρατηρούμε τη κατανομή των καταλοίπων σε ένα ιστόγραμμα, σε ένα θηκόγραμμα και τη διασπορά των καταλοίπων.<sup>1.2</sup>

### Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης των Καταλοίπων

Model	R	R Square	Adjusted Square	R
1	,831 <sup>a</sup>	,690	,676	<b>,702</b>

Σύμφωνα με την τιμή που μας δίνει ο έλεγχος Durbin-Watson συμπεραίνουμε πως είμαστε σε περιοχή όπου υπάρχει αυτοσυσχέτισης πρώτης τάξης. Αυτό σημαίνει πως τα κατάλοιπά μας έχουν το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης. Το ανερμήνευτο κομμάτι του μοντέλου υποδεικνύει μία ίδια συμπεριφορά στα κατάλοιπα. Αυτό ενδεχομένως να είναι οiwνός της ύπαρξης κάποιων ακόμα παραγόντων που να μπορούν να ερμηνεύσουν την εξαρτημένη σε μεγαλύτερο βαθμό.<sup>1.3</sup>



Η εικόνα που παίρνουμε από τη χρονοσειρά των καταλοίπων δείχνει να υπάρχει έντονα το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα.<sup>1.2</sup>

### 2.4.3 Μοντέλο Πολλαπλής Γραμμικής Παλινδρόμησης (Savings~Growth+CPI)

Οι ενδείξεις των δύο απλών γραμμικών μοντέλων παλινδρόμησης που προηγήθηκαν υπέδειξαν την ανάγκη μελέτης ενός πολλαπλού μοντέλου γραμμικής παλινδρόμησης. Τόσο ο ρυθμός ανάπτυξης της χώρας όσο και ο Δείκτης Τιμών Καταναλωτή, ερμήνευσαν από μόνες τους σε σημαντικό βαθμό τη μεταβλητότητα του ποσοστού αποταμίευσης. Επίσης μεταξύ τους οι δύο ανεξάρτητες τιμές δεν εμφάνισαν στατιστικά σημαντική γραμμική συσχέτιση. Συνεπώς αναμένεται η κάθε μεταβλητή να μας δίνει διαφορετική πληροφορία σχετικά με την ερμηνεία της εξαρτημένης μεταβλητής.<sup>1.1</sup>

#### Ορισμός Εξαρτημένης και Ανεξάρτητων μεταβλητών

**Variables Entered/Removed<sup>a</sup>**

Model	Variables Entered	Variables Removed	Method
1	<b>CPI, Growth<sup>b</sup></b>	.	Enter

a. Dependent Variable: **Savings**

b. All requested variables entered.

Πίνακας 12 Μοντέλο Πολλαπλής Παλινδρόμησης

Το μοντέλο πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης, που παρατίθεται προς συμπλήρωση της μελέτης των δύο απλών γραμμικών παλινδρομήσεων, έχει ως εξαρτημένη μεταβλητή το ποσοστό αποταμιεύσεων στην Ελλάδα ενώ ως ανεξάρτητες μεταβλητές τον Δείκτη Τιμών του Καταναλωτή και τον ρυθμό ανάπτυξης της χώρας εκφρασμένο σε ποσοστό του ΑΕΠ.<sup>1.12</sup>

#### Υπολογισμός Συντελεστών Πολλαπλής Γραμμικής Παλινδρόμησης

Model		Unstandardized Coefficients	
		B	Std. Error
1	(Constant)	,203	,010
	Growth	,398	,064
	CPI	-,001	,000

Πίνακας 13 Συντελεστές Πολλαπλής Παλινδρόμησης

Η τιμή του σταθερού όρου, συντελεστή  $b_0$  είναι ίση με 0,203 με τυπική απόκλιση 0,010. Ο συντελεστής κλίσης της ανεξάρτητης μεταβλητής ρυθμού ανάπτυξης έχει

θετικό πρόσημο, όπως και ο συντελεστής συσχέτισης ανάμεσα σε αυτή και την εξαρτημένη. Η τιμή του συντελεστή κλίσης της πρώτης ανεξάρτητης μεταβλητής είναι ίση με 0,398, ενώ η τυπική του απόκλιση είναι 0,064. Ο συντελεστής κλίσης της ανεξάρτητης μεταβλητής του Δείκτη Τιμών Καταναλωτή έχει αρνητικό πρόσημο. Το πρόσημο ταυτίζεται με το συντελεστή συσχέτισης που υπολογίστηκε κατά την ανάλυση συσχέτισης (Πίνακας 3). Η τιμή της κλίσης αυτής της ανεξάρτητης μεταβλητής είναι ίση με -0,001 ενώ η τυπική του απόκλιση είναι ίση με μία τιμή κοντά στο 0.<sup>1.1</sup>

### Έλεγχος Στατιστικής Σημαντικότητας των Συντελεστών Κλίσης

Model		Unstandardized Coefficients		t	Sig.
		B	Std. Error		
1	(Constant)	,203	,010	19,357	,000
	Growth	,398	,064	6,194	,000
	CPI	-,001	,000	-7,172	,000

Πίνακας 14 Έλεγχος t για τους συντελεστές κλίσης της Πολλαπλής Παλινδρόμησης

Στον Πίνακα 14 παρουσιάζονται τα αποτελέσματα των ελέγχων t για κάθε ένα από τους συντελεστές της πολλαπλής γραμμικής συσχέτισης. Τόσο για τον σταθερό όρο όσο και για τους συντελεστές των ανεξάρτητων μεταβλητών απορρίπτεται η μηδενική τους υπόθεση, εφόσον η p-value είναι μία τιμή σαφώς μικρότερη από 0,05. Συνεπώς μπορούμε σε βαθμό εμπιστοσύνης 95% να ισχυριστούμε πως:<sup>1.3</sup>

- $b_0 \neq 0$
- $b_1 \neq 0$
- $b_2 \neq 0$

### Εξίσωσης Ευθείας Πολλαπλής Γραμμικής Παλινδρόμησης

$$Savings = 0,203 + 0,398 * Growth - 0,001 * CPI$$

Η εξαρτημένη μεταβλητή του ποσοστού αποταμιεύσεων στην Ελλάδα μπορεί να ερμηνευτεί σε σημαντικό βαθμό από την παραπάνω εξίσωση ευθείας. Για μηδενική ανάπτυξη και μηδενικό Δείκτη Τιμών Καταναλωτή, το ποσοστό αποταμίευσης στην Ελλάδα ισούται με 0,203. Ο θετικός συντελεστής κλίσης της ανεξάρτητης μεταβλητής του Ρυθμού Ανάπτυξης υποδεικνύει την ισχυρή θετική συσχέτιση της

εξαρτημένης μεταβλητής με την συγκεκριμένη ανεξάρτητη. Παρόμοια ερμηνεύεται η αρνητική συσχέτιση ανάμεσα στην εξαρτημένη και την ανεξάρτητη του Δείκτη Τιμών Καταναλωτή.<sup>1.1</sup>

### Υπολογισμός Διαστημάτων Εμπιστοσύνης για τους Συντελεστές της Πολλαπλής Γραμμικής Παλινδρόμησης

Model	Unstandardized Coefficients		95,0% Confidence Interval for B	
	B	Std. Error	Lower Bound	Upper Bound
(Constant)	,203	,010	,181	,224
1 Growth	,398	,064	,264	,531
CPI	-,001	,000	-,001	-,001

Πίνακας 15 Διαστήματα Εμπιστοσύνης 95% των συντελεστών Πολλαπλής Παλινδρόμησης

Στον Πίνακας 15 υπολογίζονται τα 95% διαστήματα εμπιστοσύνης για τους συντελεστές της πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης. Ο σταθερός όρος μπορεί να πάρει τιμές στο διάστημα 0,181 έως 0,224. Ο συντελεστής  $b_1$  παίρνει τιμές στο διάστημα 0,264 έως 0,531, ενώ ο συντελεστής  $b_2$  μπορεί να πάρει την τιμή -0,001.<sup>1.1</sup>

### Υπολογισμός και Αξιολόγηση του Συντελεστή Προσδιορισμού R<sup>2</sup>

Model	R	R Square	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate
1	,944 <sup>a</sup>	,890	,880	,0111871

Πίνακας 16 Συντελεστής Προσδιορισμού της Πολλαπλής Γραμμικής Παλινδρόμησης

Το 89% της μεταβλητότητας της εξαρτημένης μεταβλητής ερμηνεύεται από τις δύο ανεξάρτητες μεταβλητές του μοντέλου με τυπικό σφάλμα πρόβλεψης ίσο με 0,011. Γνωρίζοντα δηλαδή τιμές για τις δύο ανεξάρτητες τιμές, είμαστε σε θέση να προβλέψουμε αρκετά καλά τιμές για την εξαρτημένη μεταβλητή.<sup>1.2</sup>

## Έλεγχος Στατιστικής Σημαντικότητας της Πολλαπλής Γραμμικής Παλινδρόμησης

ANOVA<sup>a</sup>

Model	Sum of Squares	df	Mean Square	F	Sig.
1 Regression	,021	2	,011	85,217	,000 <sup>b</sup>
Residual	,003	21	,000		
Total	,024	23			

Πίνακας 17 Έλεγχος σημαντικότητας του Μοντέλου

Στον Πίνακα 17 παρουσιάζεται το αποτέλεσμα του ελέγχου στατιστικής σημαντικότητας F. Η απόρριψη της μηδενικής υπόθεσης του ελέγχου φανερώνει τη σημαντικότητα του μοντέλου πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης που εκτελέστηκε. Η μηδενική υπόθεση του ελέγχου απορρίπτεται εφόσον η p-value είναι μία τιμή σαφώς μικρότερη από το 0,05.<sup>1.1</sup>

## Προβλέψεις και Κατάλοιπα

Residuals Statistics<sup>a</sup>

	Minimum	Maximum	Mean	Std. Deviation	N
Predicted Value	,072543	,182291	,135825	,0304530	24
Residual	-,0295427	,0174399	,0000000	,0106896	24
Std. Predicted Value	-2,078	1,526	,000	1,000	24
Std. Residual	-2,641	1,559	,000	,956	24

Η μέση τιμή των προβλέψιμων τιμών που επιστρέφει το μοντέλο πολλαπλής παλινδρόμησης είναι ίση με 0,14 περίπου, με μεγαλύτερη παρατήρηση το 0,18 ενώ μικρότερη παρατήρηση το 0,07. Η τυπική απόκλιση των προβλέψιμων τιμών είναι ίση με 0,03. Αντίστοιχα τα κατάλοιπα που υπολογίστηκαν είχαν ως μικρότερη τιμή την -0,03 και μεγαλύτερη την 0,02, ενώ η τυπική απόκλιση των καταλοίπων είναι ίση με 0,01.<sup>1.2</sup>

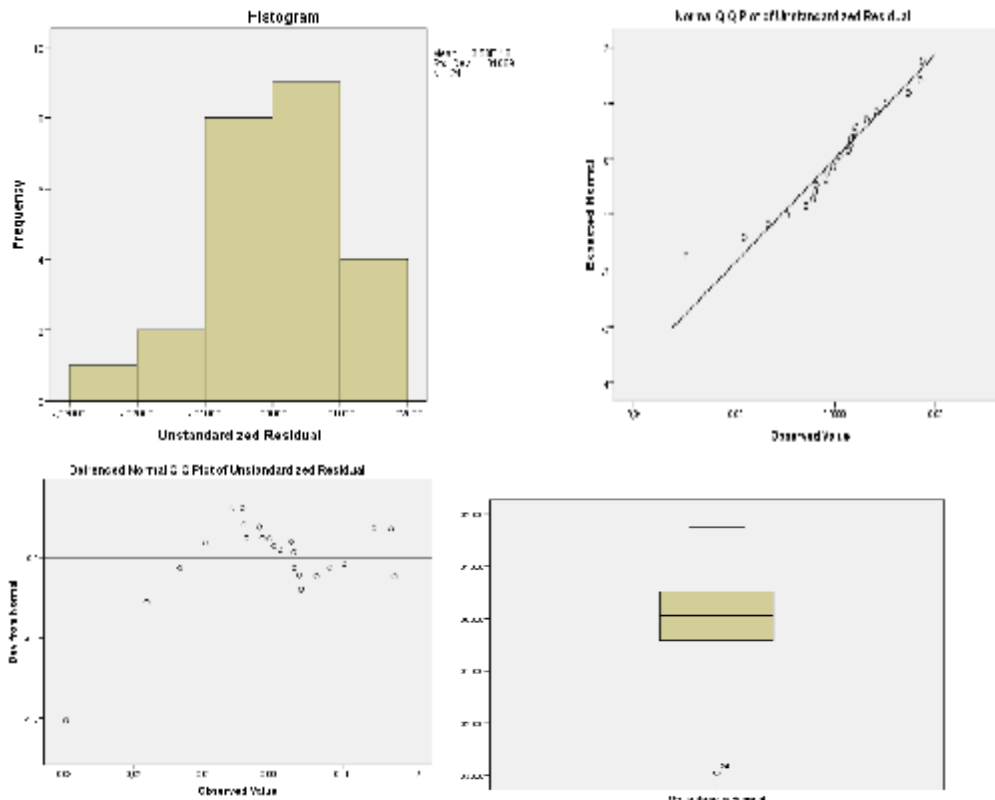
## Έλεγχος Κανονικότητας των Καταλοίπων

### Tests of Normality

	Kolmogorov-Smirnov <sup>a</sup>			Shapiro-Wilk		
	Statistic	df	Sig.	Statistic	df	Sig.
Unstandardized Residual	,136	24	,200 <sup>*</sup>	,949	24	,261

Πίνακας 18 Έλεγχοι Κανονικότητας των Καταλοίπων

Σε κανένα από τους δύο ελέγχους κανονικότητας του Πίνακας 18 δεν απορρίπτεται η μηδενική τους υπόθεση. Η μηδενική υπόθεση και των δύο ελέγχων ορίζει την κανονικότητα του δείγματος. Συνεπώς σε 95% βαθμό εμπιστοσύνης μπορούμε να ισχυριστούμε πως τα κατάλοιπα δεν αντιμετωπίζουν πρόβλημα ως προς την κανονικότητα της κατανομής τους.<sup>1.1</sup>

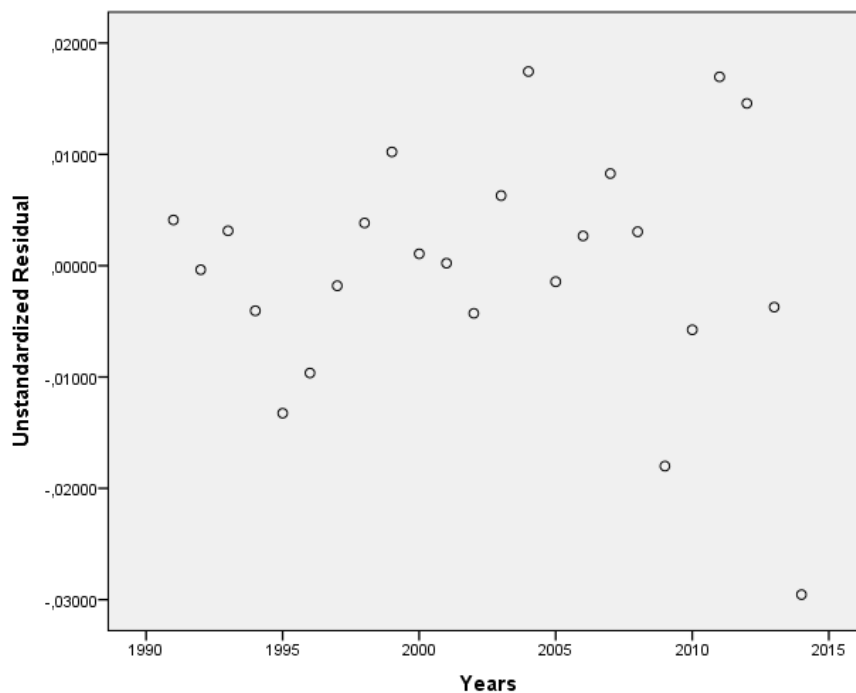


## Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης των Καταλοίπων

Model	R Square	Adjusted Square	R	Durbin-Watson
1	,890	,880		1,219

Πίνακας 19 Έλεγχος Αυτοσυσχέτισης Καταλοίπων - Durbin Watson

Ελέγχουμε την αυτοσυσχέτιση των καταλοίπων με τον έλεγχο αυτοσυσχέτισης πρώτης τάξης των Durbin-Watson. Σύμφωνα με τη τιμή Durbin-Watson του ελέγχου και συγκρίνοντάς τη με τον πίνακα Durbin-Watson για  $n=24$ , καταλήγουμε στο συμπέρασμα πως δεν μπορούμε να αποφανθούμε αν υπάρχει ή όχι αυτοσυσχέτιση. Στη προκειμένη, το καλύτερο θα ήταν να μελετήσουμε το διάγραμμα των καταλοίπων ως προς τα έτη (Διάγραμμα 7). Από την όψη του διαγράμματος δεν φαίνεται να υπάρχει έντονα το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης.<sup>1,2</sup>



Διάγραμμα 7 Κατάλοιπα Πολλαπλής Παλινδρόμησης ως προς το χρόνο



## Πολυσυγγραμμικότητα και Ανοχή

Model	Unstandardized Coefficients		Collinearity Statistics		
	B	Std. Error	Tolerance	VIF	
1	(Constant)	,203	,010		
	Growth	,398	,064	,774	1,291
	CPI	-,001	,000	,774	1,291

Πίνακας 20 Πολυσυγγραμμικότητα και Ανοχή

Όπως αναφέραμε και στη θεωρία, ένα μέτρο της πολυσυγγραμμικότητας είναι η έννοια της ανοχής (Tolerance). Η ανοχή μετράει το βαθμό που **δεν** ερμηνεύεται η μία ανεξάρτητη από τις υπόλοιπες ανεξάρτητες. Εμπειρικά, μία τιμή της πάνω από 0,20 είναι ικανοποιητική. Στο μοντέλο ο δείκτης ανοχής είναι 0,77 κάτι που αποδεικνύει πως δεν υπάρχει το φαινόμενο της πολυσυγγραμμικότητας. Επίσης VIF είναι 1,29 σίγουρα μικρότερο από το 2,5 που είναι μία τιμή που πρέπει να μας ανησυχεί για την ύπαρξη πολυσυγγραμμικότητας. Ο VIF είναι ένας δείκτης που σχετίζεται με τον συντελεστή προσδιορισμού  $R^2$ , καθώς υπολογίζεται σύμφωνα με τη σχέση:<sup>1.1</sup>

$$VIF = \frac{1}{1 - R^2}$$

### 3. ΣΥΜΠΕΡΑΣΜΑΤΑ

Η ανάλυση γραμμικής παλινδρόμησης είναι μία ευρέως χρησιμοποιούμενη στατιστική τεχνική. Στόχος της είναι η μοντελοποίηση της σχέσης μεταξύ μιας εξαρτημένης μεταβλητής και μίας ή περισσότερων ανεξάρτητων μεταβλητών. Η εφαρμογή της πολλαπλής παλινδρόμησης είναι ένα σημαντικό εργαλείο για τους οικονομολόγους καθώς αποτελεί ένα αξιόπιστο εργαλείο πρόβλεψης μιας μεταβλητής, μελετώντας άλλες μεταβλητές που σχετίζονται γραμμικά με την πρώτη. Η μοντελοποίηση της σχέσης αυτών των μεταβλητών ταυτίζεται με τη μορφή της εξίσωσης ευθείας γραμμής.

Στην παρούσα εργασία, στο πρώτο μέρος αναλύθηκε θεωρητικά η διαδικασία ανάλυσης γραμμικής συσχέτισης και η ανάλυση παλινδρόμησης, είτε αυτή αφορά το απλό μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης, είτε το μοντέλο της πολλαπλής γραμμικής παλινδρόμησης. Στο δεύτερο μέρος, επιχειρήθηκε η πρόβλεψη του μακροοικονομικού δείκτη που αφορά το ποσοστό αποταμίευσης στην Ελλάδα. Ως ανεξάρτητες μεταβλητές επιλέχθηκαν ο ρυθμός ανάπτυξης της χώρας εκφρασμένος σε ποσοστό του ΑΕΠ και ο Δείκτης Τιμών Καταναλωτή. Οι παρατηρήσεις των δεδομένων που συλλέχθηκαν αφορούν τις ετήσιες καταγραφές των παραπάνω μακροοικονομικών δεικτών από το 1991 έως το 2014. Η παρουσίαση των αποτελεσμάτων της ανάλυσης συσχέτισης και της ανάλυσης παλινδρόμησης έγινε με το στατιστικό πακέτο SPSS.

Η προσέγγιση των προβλημάτων της οικονομίας μέσα από ένα μοντέλο γραμμικής παλινδρόμησης αποτελεί έναν καλό και αξιόπιστο τρόπο πρόβλεψης, αν και τα περισσότερα προβλήματα της φύσης δεν είναι γραμμικά. Πολλές φορές όμως η γραμμική προσέγγιση, χάρη στην ευκολία της παρέχει ένα αρκετά καλό και αξιόπιστο μοντέλο πρόβλεψης. Η χρήση τέτοιων μοντέλων παρατηρείται στην Μικροοικονομία, την Μακροοικονομία, τη Διαχείριση Χαρτοφυλακίων κλπ.

Στα αποτελέσματα του Β μέρους της παρούσας εργασίας, που αφορά το πρακτικό κομμάτι της έρευνας, εντοπίστηκε ισχυρή θετική γραμμική συσχέτιση ανάμεσα στη μεταβλητή που αφορά το ποσοστό αποταμίευσης και το ρυθμό ανάπτυξης της χώρας. Αντίθετα παρατηρήθηκε μία ισχυρά αρνητική γραμμική συσχέτιση ανάμεσα στο ποσοστό αποταμιεύσεων και τον Δείκτη Τιμών του Καταναλωτή. Είναι αναμενόμενο το ποσοστό αποταμιεύσεων να ανεβαίνει όσο η ανάπτυξη της χώρας αυξάνει και

αντίθετα να μειώνεται όσο ο ρυθμός ανάπτυξης της χώρας φθίνει. Επίσης θεωρείται λογικό το ποσοστό των αποταμιεύσεων να μειώνεται όσο το καλάθι η ζωή των καταναλωτών της χώρας γίνεται ακριβότερη και το ποσοστό αποταμίευσης να αυξάνει όσο ο Δείκτης Τιμών Καταναλωτή γίνεται μικρότερος, δηλαδή τα προϊόντα και οι υπηρεσίες φθηνότερες. Δεν παρατηρήθηκε ισχυρή γραμμική συσχέτισης ανάμεσα στον ρυθμό ανάπτυξης της χώρας και τον Δείκτη Τιμών Καταναλωτή. Πράγματι τα παραπάνω επιβεβαιώθηκαν από την ανάλυση συσχέτισης κατά Spearman.

Η ύπαρξη γραμμικής συσχέτισης ανάμεσα στο ποσοστό αποταμίευσης και τις μεταβλητές που αφορούν τον ρυθμό ανάπτυξης και τον Δείκτη Τιμών Καταναλωτή υπέδειξε την ανάγκη μελέτης των παραπάνω τριών μεταβλητών μέσα από ένα μοντέλο πολλαπλής παλινδρόμησης. Πριν πραγματοποιηθεί το μοντέλο πολλαπλής παλινδρόμησης θεωρήθηκε προτιμότερο, και για εκπαιδευτικούς σκοπούς, η μελέτη της σχέσης ανάμεσα στο ποσοστό αποταμίευσης με το ρυθμό ανάπτυξης και της σχέσης ανάμεσα στο ποσοστό αποταμίευσης και τον Δείκτη Τιμών Καταναλωτή μέσα από δύο μοντέλα απλής γραμμικής παλινδρόμησης.

Στο πρώτο μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης επιβεβαιώθηκε η θετική συσχέτιση ανάμεσα στην εξαρτημένη μεταβλητή του ποσοστού αποταμίευσης και του ρυθμού ανάπτυξης. Η μεταβλητότητα του ποσοστού αποταμίευσης ερμηνεύεται κατά 62% από την ανεξάρτητη μεταβλητή του ρυθμού ανάπτυξης. Τα κατάλοιπα του μοντέλου εμφανίστηκαν να κατανέμονται κανονικά. Παρόλα αυτά εμφανίστηκε το πρόβλημα της αυτοσυσχέτισης στα κατάλοιπα ενδεχομένως εξαιτίας των λίγων τιμών (24) είτε εξαιτίας των ακραίων τιμών των δεικτών λόγω της περιόδου της απότομης ύφεσης.

Στο δεύτερο μοντέλο απλής γραμμικής παλινδρόμησης, φανερώθηκε η στατιστικά σημαντική αρνητική συσχέτιση ανάμεσα στην εξαρτημένη και την ανεξάρτητη μεταβλητή. Η μεταβλητότητα του ποσοστού αποταμίευσης ερμηνεύεται σε ποσοστό 69% από την ανεξάρτητη μεταβλητή που αφορά τον Δείκτη Τιμών Καταναλωτή. Και σε αυτό το μοντέλο τα κατάλοιπα ακολουθούσαν την κανονική κατανομή αλλά παρουσίασαν αυτοσυσχέτιση μεταξύ τους.

Εφόσον διαπιστώθηκε από τα δύο παραπάνω μοντέλα πως η κάθε ανεξάρτητη μεταβλητή συνεισφέρει σε σημαντικό βαθμό στην ερμηνεία της μεταβλητότητας της

εξαρτημένης, θεωρήθηκε σκόπιμο να μελετηθεί το μοντέλο της πολλαπλής παλινδρόμησης με εξαρτημένη μεταβλητή το ποσοστό αποταμίευσης και ανεξάρτητες τις άλλες δύο. Θετικό ήταν το εύρημα της μη ύπαρξης ισχυρής γραμμικής συσχέτισης ανάμεσα στις δύο ανεξάρτητες μεταβλητές, καθώς δεν θα εμφανιζόταν το πρόβλημα της πολυσυγγραμμικότητας. Πράγματι το μοντέλο της πολλαπλής παλινδρόμησης έδωσε έναν συντελεστή προσδιορισμού σημαντικά καλύτερο από τους επιμέρους συντελεστές προσδιορισμού των δύο μοντέλων απλής παλινδρόμησης που προηγήθηκαν. Η μεταβλητότητα του ποσοστού αποταμίευσης ερμηνεύονταν κατά 89% από τις δύο ανεξάρτητες μεταβλητές του μοντέλου. Τα κατάλοιπα κατανέμονται κανονικά για το μοντέλο ενώ σύμφωνα με τη τιμή του ελέγχου αυτοσυσχέτισης, δεν μπορεί να ειπωθεί με ασφάλεια το αν υπάρχει αυτοσυσχέτιση ή όχι. Από το σχήμα της διασποράς των καταλοίπων σε σχέση με τον χρόνο δεν φαίνεται να υπάρχει ισχυρά πρόβλημα αυτοσυσχέτισης των καταλοίπων. Επίσης δεν υπάρχει πολυσυγγραμμικότητα ανάμεσα στις δύο ανεξάρτητες μεταβλητές, με το μέτρο της ανοχής να είναι κοντά στο 0,80.

Τα παραπάνω μοντέλα θα ήταν χρήσιμα ως μοντέλα πρόβλεψης του ποσοστού αποταμιεύσεων και ενδεχομένως να ήταν χρησιμότερα για τον τραπεζικό τομέα, το εμπόριο αλλά και τους ίδιους τους καταναλωτές. Τους τραπεζίτες σίγουρα θα τους ενδιέφερε μία πρόβλεψη των χρημάτων που θα είχαν διαθέσιμα από αποταμιεύσεις. Για το εμπόριο θα ήταν χρήσιμη πληροφορία ως προς την εφαρμογή τιμολογιακών πολιτικών για τα προϊόντα ή τις υπηρεσίες που παρέχουν.

Σημαντική μεταβλητή που θέλαμε να συμπεριλάβουμε στο μοντέλο μας ήταν το ύψος των μισθών στην Ελλάδα ανά έτος καθώς το ύψος του εισοδήματος επηρεάζει και αυτό το ύψος των αποταμιεύσεων. Παρόλα αυτά δεν βρέθηκαν τα δεδομένα αυτά για τα επιθυμητά έτη και για αυτό δεν συμπεριλήφθηκε ως μεταβλητή στο μοντέλο.

## 4. ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

### 4.1 ΕΛΛΗΝΙΚΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. Gerald Keller "Στατιστική για Οικονομικά & Διοίκηση Επιχειρήσεων" 8η έκδοση , Επίκεντρο, Θεσσαλονίκη 2010
2. Ποσειδών Εμμ. Ζαΐρης "Στατιστική Μεθοδολογία" Αναθεωρημένη έκδοση, Εκδόσεις Κριτική, Αθήνα 2010
3. Marija J. Norusis "Οδηγός Ανάλυσης Δεδομένων με το IBM SPSS 19" , Εκδόσεις Κλειδάριθμος, Αθήνα 2011
4. Andrew Abel, Ben Bernake "Μακροοικονομική Τόμος Α' ΤΟΜΟΣ", εκδόσεις ΚΡΙΤΙΚΗ, Αθήνα 2002
5. Ανδρέας Α. Κιντης "Στατιστικές και Οικονομετρικές Μέθοδοι", εκδόσεις GUTENBERG, Αθήνα 1999
6. Ανδρέας Κιντης "Σύγχρονη Οικονομετρική Ανάλυση Α' ΤΟΜΟΣ", εκδόσεις GUTENBERG, Αθήνα 2010
7. Γ.Κ. Χρήστου, "Εισαγωγή στην Οικονομετρία Α' ΤΟΜΟΣ", εκδόσεις GUTENBERG, Αθήνα 2000
8. Ανδρέας Ανδρικόπουλος "Οικονομετρία, Βασική Θεωρία και Εφαρμογές Α' ΤΟΜΟΣ" 3η έκδοση, εκδόσεις ΕΥΓ. ΜΠΕΝΟΥ, Αθήνα 2003
9. Χρήστος Ν. Αγιάκλογλου, Θεοφάνης Ε. Μπένος "Εισαγωγή στην Οικονομετρική Ανάλυση Β' ΤΟΜΟΣ" Β' Έκδοση, εκδόσεις ΕΥΓ. ΜΠΕΝΟΥ, Αθήνα 2002
10. Ιωάννης Α. Βενέτης "Εισαγωγή στην Οικονομετρία", εκδόσεις GOTSIS, Πάτρα
11. Δημήτρης Α. Ιωαννίδης "Στατιστικές Μέθοδοι" 3η έκδοση, εκδόσεις ΖΗΤΗ, Θεσσαλονίκη 2005
12. Γεώργιος Εμμ. Χάλκος "Οικονομετρία, Θεωρία, Εφαρμογές και Χρήση Προγραμμάτων σε Η/Υ", εκδόσεις GUTENBERG, Αθήνα 2011
13. Πέτρος Α. Κιόχος "Στατιστική", εκδόσεις INTERBOOKS, Αθήνα 1993
14. Αθηνάς Πετράκη- Κωττη και Γεωργίου Χριστ. Κωττη "Σύγχρονη Μακροοικονομική", εκδόσεις Ε. ΜΠΕΝΟΥ, Αθήνα 2008

## 4.2 ΞΕΝΗ ΒΙΒΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. William H. Greene "Econometric Analysis" 5th Edition, PRENTICE HALL

## 4.3 ΙΣΤΟΣΕΛΙΔΕΣ

1. <http://androulakis.bma.upatras.gr/mediawiki/index.php/F-%CE%AD%CE%BB%CE%B5%CE%B3%CF%87%CE%BF%CF%82>
2. <http://www.euretirio.com/apotamieusi/>